ISIRI
11746
1st. Edition

جمهوری اسلامی ایران
Islamic Republic of Iran
مؤسسه استاندارد وتحقیقات صنعتی ایران
Institute of Standards and Industrial Research of Iran

استاندارد ملی ایران
۱۱۷۴۶
چاپ اول

تحلیل وایبول

Weibull analysis

ICS:03.120.01 ; 03.120.30

به‌نام خدا

آشنایی با مؤسسهٔ استاندارد و تحقیقات صنعتی ایران

مؤسسهٔ استاندارد و تحقیقات صنعتی ایران به موجب بند یک مادهٔ۳ قانون اصلاح قوانین و مقررات مؤسسهٔ استاندارد و تحقیقات صنعتی ایران، مصوب بهمن ماه ۱۳۷۱ تنها مرجع رسمی کشور است که وظیفه تعیین، تدوین و نشر استانداردهای ملی (رسمی) ایران را به عهده دارد.

تدوین استاندارد در حوزه های مختلف در کمیسیون های فنی مرکب از کارشناسان مؤسسه* صاحب نظران مراکز و مؤسسات علمی، پژوهشی، تولیدی و اقتصادی آگاه و مرتبط انجام می شود وکوششی همگام با مصالح ملی و با توجه به شرایط تولیدی، فناوری و تجاری است که از مشارکت آگاهانه و منصفانهٔ صاحبان حق و نفع، شامل تولیدکنندگان، مصرف‌کنندگان، صادرکنندگان و وارد کنندگان، مراکز علمی و تخصصی، نهادها، سازمان های دولتی و غیر دولتی حاصل می شود .پیش نویس استانداردهای ملی ایران برای نظرخواهی به مراجع ذی نفع و اعضای کمیسیون های فنی مربوط ارسال می‌شود و پس از دریافت نظرها و پیشنهادها در کمیتهٔ ملی مرتبط با آن رشته طرح و در صورت تصویب به عنوان استاندارد ملی(رسمی) ایران چاپ و منتشر می شود.

پیش نویس استانداردهایی که مؤسسات و سازمان های علاقه مند و ذیصلاح نیز با رعایت ضوابط تعیین شده تهیه می کنند درکمیتهٔ ملی طرح و بررسی و درصورت تصویب، به عنوان استاندارد ملی ایران چاپ و منتشر می شود .بدین ترتیب، استانداردهایی ملی تلقی می شود که بر اساس مفاد نوشته شده در استاندارد ملی ایران شمارهٔ ۵ تدوین و در کمیتهٔ ملی استاندارد مربوط که مؤسسه استاندارد تشکیل می‌دهد به تصویب رسیده باشد.

مؤسسهٔ استاندارد و تحقیقات صنعتی ایران از اعضای اصلی سازمان بین المللی استاندارد (ISO)[1] کمیسیون بین المللی الکتروتکنیک (IEC)[2] و سازمان بین المللی اندازه شناسی قانونی (OIML)[3] است و به عنوان تنها رابط[4] کمیسیون کدکس غذایی (CAC)[5] در کشور فعالیت می کند. در تدوین استانداردهای ملی ایران ضمن توجه به شرایط کلی و نیازمندی های ۰ کنندگان، حفظ سلامت و ایمنی فردی و عمومی، حصول اطمینان از کیفیت محصولات و ملاحظات زیست محیطی و اقتصادی، اجرای بعضی از استانداردهای ملی ایران را برای محصولات تولیدی داخل کشو ر و / یا اقلام وارداتی، با تصویب شورای عالی استاندارد، اجباری نماید. مؤسسه می تواند به منظور حفظ بازارهای بین المللی برای محصولات کشور، اجرای استاندارد کالاهای صادراتی و درجه‌بندی آن را اجباری نماید. همچنین برای اطمینان بخشیدن به استفاده کنندگان از خدمات سا زمانها و مؤسسات فعال در زمینهٔ مشاوره، آموزش، بازرسی، ممیزی و صدورگواهی سیستم های مدیریت کیفیت و مدیریت زیست‌محیطی، آزمایشگاه ها و مراکز کالیبراسیون (واسنجی) وسایل سنجش ، مؤسسهٔ استاندارد این گونه سازمان ها و مؤسسات را بر اساس ضوابط نظام تأیید صلاحیت ایران ارزیابی می کند و در صورت احراز شرایط لازم، گواهینامهٔ تأیید صلاحیت به آن ها اعطا و بر عملکرد آنها نظارت می کند .ترویج دستگاه بین المللی یکاها، کالیبراسیون (واسنجی) وسایل سنجش، تعیین عیار فلزات گرانبها و انجام تحقیقات کاربردی برای ارتقای سطح استانداردهای ملی ایران از دیگر وظایف این مؤسسه است.

---

* موسسهٔ استاندارد و تحقیقات صنعتی ایران

1- International organization for Standardization
2 - International Electro technical Commission
3- International Organization for Legal Metrology (Organization International de Metrology Legal)
4 - Contact point
5 - Codex Alimentarius Commission

کمیسیون فنی تدوین استاندارد

« تحلیل وایبول »

رئیس:	**سمت و/ یا نمایندگی**
سقایی، عباس (دکترای مهندسی صنایع)	هیئت علمی دانشگاه آزاد- نایب رئیس انجمن مدیریت کیفیت ایران
دبیر:	
بستان دوست راد، احسان (لیسانس مهندسی صنایع)	مدیر عامل شرکت مهندسی سیستم‌های مدیریت قابلیت اعتماد توازن
اعضاء: (اسامی به ترتیب حروف الفبا)	
ذرّه، مهدی (فوق لیسانس مهندسی برق)	کارشناس استاندارد
ذرّه، هومن (کارشناسی ارشد ریاضی)	شرکت واصل الکتریک الوند
راعی، جلال (فوق لیسانس مدیریت)	معاونت آماد و پشتیبانی دانشگاه هوایی- کارشناس استاندارد
طوماریان، سهیلا (لیسانس مهندسی الکترونیک	کارشناس مسئول دفتر امور تدوین موسسه استاندارد و تحقیقات صنعتی ایران

فهرست مندرجات

عنوان | **صفحه**

آشنایی با مؤسسهٔ استاندارد ج
کمیسیون فنی تدوین استاندارد د
پیش گفتار و
مقدمه ز
۱ هدف و دامنه کاربرد ۱۰
۲ مراجع الزامی ۱۰
۳ اصطلاحات و تعاریف ۱۰
۳-۱ اصطلاحات و تعاریف ۱۱
۳-۲ اختصارات ۱۳
۳-۳ نمادها ۱۳
۴ کاربرد فنون ۱۴
۵ توزیع وایبول ۱۴
۵-۱ توزیع وایبول دو پارامتری ۱۴
۵-۲ معادله‌ی (۵) CDF توزیع وایبول سه پارامتری را نشان می‌دهد. ۱۶
۶ ملاحظات داده‌ها ۱۶
۶-۱ انواع داده‌ها ۱۶
۶-۲ زمان تا اولین وقوع خرابی ۱۶
۶-۳ ویژگی‌های مواد و توزیع وایبول ۱۷
۶-۴ اندازه‌ی نمونه ۱۷
۶-۵ داده‌های سانسور تعلیق شده ۱۷
۷ روش‌های ترسیمی و نکوئی برازش ۱۸
۷-۱ نگاه اجمالی ۱۸
۷-۲ چگونه نمودار احتمال رسم کنیم ۱۸
۷-۲-۱ رتبه بندی ۱۸
۷-۲-۲ نمودار احتمال وایبول ۱۹
۷-۲-۳ پرداختن به داده‌های تعلیق یا سانسور شده ۱۹
۷-۲-۴ نمودار احتمال ۲۱
۷-۲-۵ کنترل برازش ۲۱
۷-۳ نمودار خطر ۲۲
۸ تفسیر نمودار احتمال وایبول ۲۳
۸-۱ منحنی وان حمام ۲۳
۸-۱-۱ کلیات ۲۳
۸-۱-۲ $\beta <$ ۱ دلالت بر وقوع خرابی‌های زود هنگام دارد ۲۳
۸-۱-۳ β=۱ - دلالت بر نرخ لحظه‌ای وقوع خرابی ثابت دارد ۲۴

۸-۱-۴ $\beta>1$ دلالت بر فرسایش دارد ۲۴
۸-۲ به مدهای ناشناخته‌ی وایبول می‌توان ماسک زد ۲۵
۸-۳ نمونه‌های کوچک ۲۵
۸-۴ دور افتاده ۲۷
۸-۵ تفسیر نمونه‌های غیر خطی ۲۷
۸-۵-۱ توزیع‌هایی به غیر از وایبول ۲۹
۸-۵-۲ نا هم خوانی‌های داده‌های وقوع خرابی چند نوعی ۲۹
۹ روش‌های محاسباتی نکوئی برازش ۳۰
۹-۱ مقدمه ۳۰
۹-۲ فرض‌ها و شرایط ۳۰
۹-۳ محدودیت‌ها و درستی ۳۰
۹-۴ داده‌های ورودی و خروجی ۳۱
۹-۵ آزمون نکوئی برازش ۳۱
۹-۶ MEL- برآوردهای نقطه‌ی پارامترهای توزیع β و η ۳۲
۹-۷ برآورد نقطه‌ای میانگین زمان تا وقوع خرابی ۳۲
۹-۸ برآورد نقطه‌ای کسرک (٪۱۰۰) از زمان تا وقوع خرابی ۳۳
۹-۹ برآورد نقطه‌ی قابلیت اطمینان درزمان t $(t \leq T)$ ۳۳
۹-۱۰ برنامه‌های نرم‌افزاری ۳۳
۱۰- بازه‌های اطمینان ۳۳
۱۰-۱ برآورد بازه‌یβ ۳۳
۱۰-۲ برآورد بازه‌ی η ۳۴
۱۰-۳ رگرسیون رتبه‌ی میانه، کرانه‌های دو جمله‌ای بتاMRR ۳۵
۱۰-۴ کرانه‌های ماتریکس فیشر ۳۵
۱۰-۵ حد اطمینان پائین برای B_{10} ۳۵
۱۰-۶ حد اطمینان پائین برای R ۳۶
۱۱- مقایسه‌ی روش‌های برآورد رگرسیون رتبه‌ی میانه (MRR) و برآورد راست نمائی بیشینه (MLE) ۳۶
۱۱-۱ روش‌های برآورد ۳۶
۱۱-۲ نمایش ترسیمی ۳۶
۱۱-۳ برآوردهای زندگیB که بعضی از اوقات بنام کسرک‌هایB و L معروف است ۳۶
۱۱-۴ نمونه‌های کوچک ۳۷
۱۱-۵ β پارامتر شکل ۳۷
۱۱-۶ بازه‌های اطمینان ۳۷
۱۱-۷ وقوع خرابی تکی ۳۷
۱۱-۸ سخت‌گیری ریاضی ۳۷
۱۱-۹ نمایش نتایج ۳۸
۱۲- رویکرد وای‌بیز ۳۸
۱۲-۱ توصیف ۳۸
۱۲-۲ روش ۳۸

۳-۱۲ وایبز بدون وقوع خرابی ۳۸
۴-۱۲ وای بیز با وقوع خرابی‌ها ۳۹
۵-۱۲ مورد مطالعاتی وای‌بیز ۴۰
۱۳- روش مرگ ناگهانی ۴۱
۱۴ توزیع‌های دیگر ۴۳
پیوست الف-(اطلاعاتی)-مثال‌ها و مطالعات موردی ۴۴
پیوست ب- (اطلاعاتی)-مثال محاسباتی ۴۶
پیوست پ-(اطلاعاتی)-جدول‌های رتبه‌ی میانه ۴۸
پیوست ت- (اطلاعاتی)-جدول‌های آماری ۵۳
ضمیمه ث- (اطلاعاتی)-مثال صفحه‌ی گسترده ۵۴
پیوست ج- (اطلاعاتی)-مثالی از کاغذ احتمال وایبول ۶۰
پیوست چ- (اطلاعاتی)-اختلاط انواع وقوع خرابی‌های مختلف ۶۲
پیوست ح- (اطلاعاتی)-مثالی از وایبول سه پارامتری ۶۵
پیوست خ- (اطلاعاتی)-ترسیم کاغذ وایبول ۶۷
پیوست د- (اطلاعاتی)-پیشینه‌ی فنی و مراجع ۷۰
کتابنامه ۷۳
شکل۱- شکل‌های PDF برای خانواده‌ی وایبول برای $\eta=1,5$ ۱۵
شکل۲- کل زمان آزمون (بر حسب دقیقه) ۲۰
شکل۳- منحنی وانی شکل معمول یک قلم ۲۳
شکل۴- به مدهای انواع وقوع خرابی وایبول می‌توان ماسک زد ۲۵
شکل۵- اندازه‌ی نمونه : ۱۰ ۲۶
شکل۶- اندازه‌ی نمونه: ۱۰۰ ۲۶
شکل۷- مثالی که نبود برازش را در توزیع وایبول دو پارامتری نشان می‌دهد ۲۷
شکل۸- ترسیم همان داده‌ها با توزیع وایبول سه پارامتری، نکوئی برازش را با سه ماه جبران(محل۲/۹۹ ماه) ۲۸
شکل۹- مثالی از برآورد چشمی t_0 ۲۹
شکل۱۰- وای‌بیز طراحی جدید کمپرسور در برابر وای‌بیز طراحی قدیمی ۴۰
شکل الف-۱- زمان کوتاه پمپ روغن اصلی ۴۴
شکل الف-۲- زمان تا وقوع خرابی افزایش یافته‌ی یاتاقان پمپ ۴۵
شکل الف-۳- تیزی مقادیر β مشکلات را می‌پوشاند ۴۵
شکل ب-۱- نمودار محاسبات ۴۷
شکل ث-۱- نمودار وایبول برای تحلیل ترسمی ۵۵
شکل ث-۲- نمودار وایبول برای داده‌های سانسور شده ۵۷
شکل ث-۳- نمودار خطر انباشته برای داده‌های جدول ث-۴ ۵۸
شکل ث-۴- نمودار خطر انباشته برای جدول ث-۴ ۶۰
شکل ج-۱- کاغذ احتمال وایبول ۶۲
شکل ح-۱- استقامت پارگی فولاد-داده‌های منحنی ۶۵
شکل ح-۲- t0 برازش داده‌های ح-۱ را بهبود می‌بخشد ۶۶
جدول۱- راهنمای کاربرد IEC 61649 ۱۴

جدول۲- داده‌های وقوع خرابی رتبه‌بندی شده‌ی شکل‌گیری پرچ ۱۹
جدول۳- رتبه‌های وفق داده شده برای داده‌ی تعلیق یا سانسور شده ۲۰
جدول۴- اندازه‌ی زیر گروه برای زمان تا x٪ وقوع خرابی با استفاده از روش مرگ ناگهانی ۴۲
جدول۵- زنجیر داده‌ها – چرخه‌ها تا وقوع خرابی ۴۲
جدول ب-۱- زمان های تا وقوع خرابی ۴۶
جدول ب-۲- خلاصه‌ای از نتایج ۴۷
جدول پ-۱- جدول‌های رتبه‌ی میانه- رتبه‌ی ٪۵ ۴۹
جدول پ-۲- جدول‌های رتبه‌ی میانه- رتبه‌ی ٪۹۵ ۵۰
جدول پ-۳- جدول‌های رتبه‌ی میانه- رتبه‌ی ٪۹۵ ۵۱
جدول ت-۱- مقادیر تابع گاما ۵۳
جدول ت-۲-کسرک های توزیع نرمال ۵۳
جدول ث-۱- مثال تحلیل عملی ۵۴
جدول ث-۲- ایجاد صفحه‌ی گسترده برای تحلیل داده‌های سانسور شده ۵۶
جدول ث-۳- مثالی از تحلیل وایبول برای داده‌های تحلیل شده ۵۶
جدول ث-۴- مثالی ار کاربرد صفحه‌ی گسترده بریا داده‌های سانسور شده ۵۷
جدول ث-۵- مثال صفحه‌ی گسترده ۵۸
جدول ث-۶- داده‌های رله که در ISO-TC94 فراهم آورده و تحلیل خرالبی برای وقوع خرابی نوع۱ ۵۹
جدول خ-۱- ترسیم محور افقی ۶۸
جدول خ-۲-ترسیم محور عمودی ۶۸
جدول خ-۳-مفاد داده‌هایی که در صفحه گسترد وارد شده ۶۹

پیش گفتار

استاندارد" تحلیل وایبول " که پیش نویس آن درکمیسیون های مربوط تهیه و تدوین شده و در ۶۹ امین اجلاس کمیتهٔ ملی استاندارد رایانه و فرآوری دادهها مورخ ۱۳۸۷/۱۲/۱۸ مورد تصویب قرار گرفته است ، اینک به استناد بند یک مادهٔ ۳ قانون اصلاح قوانین و مقررات مؤسسهٔ استاندارد و تحقیقات صنعتی ایران، مصوب بهمن ماه ۱۳۷۱ ، به عنوان استاندارد ملی ایران منتشر می‌شود .

برای حفظ همگامی و هماهنگی با تحولات و پیشرفت های ملی و جهانی در زمینهٔ صنایع، علوم و خدمات، استانداردهای ملی ایران در مواقع لزوم تجدید نظر خواهد شد و هر پیشنهادی که برای اصلاح و تکمیل این استانداردها ارائه شود، هنگام تجدید نظر در کمیسیون فنی مربوط مورد توجه قرار خواهد گرفت . بنابراین، باید همواره از آخرین تجدیدنظر استانداردهای ملی استفاده کرد.

منبع و مأخذی که برای تهیهٔ این استاندارد مورد استفاده قرار گرفته به شرح زیر است:

IEC 61649: 2008, Weibull analysis

مقدمه

از توزیع وایبول برای مدل سازی داده‌ها استفاده می‌شود. صرف نظر از اینکه نرخ وقوع خرابی افزایشی، کاهشی یا ثابت باشد. توزیع وایبول قابل انعطاف و سازگار با گستره‌ی وسیعی از داده‌ها است. ثبت زمان تا وقوع خرابی، مسافت طی شده تا خرابی، تنش‌های مکانیکی یا پارامترهای پیوسته‌ی دیگر برای همه‌ی اقلام ضروری است.

توزیع زندگی را می‌توان حتی اگر همه‌ی اقلام خراب نشده باشند،هم مدل کرد.

در این استاندارد راهنمایی‌هایی در مورد چگونگی اجرای یک تحلیل با استفاده از برنامه‌ی صفحه‌ی گسترده، ارائه شده است. هم چنین راهنمایی‌هایی در مورد چگونگی تحلیل انواع وقوع خرابی مختلف به طور جداگانه و شناسایی یک جمعیت ضعیف احتمالی ارائه شده است. استفاده از توزیع وایبول سه پارامتری می‌تواند اطلاعاتی در مورد زمان تا اولین وقوع خرابی یا حداقل دوام نمونه، ارائه کند.

تحلیل وایبول

۱ هدف و دامنه کاربرد

این استاندارد روش‌هایی را برای تحلیل داده‌ها با توزیع وایبول با دارای پارامترهای پیوسته مانند زمان تا وقوع خرابی، چرخه‌های تا وقوع خرابی، تنش مکانیکی و غیره ارائه می‌کند.

این استاندارد هنگامی کاربرد دارد که داده‌های پارامترهای استقامت نظیر زمان‌های تا وقوع خرابی، تعداد چرخه، تنش و غیره برای نمونه‌ی تصادفی اقلام، در شرایط آزمون یا ضمن خدمت، موجود باشد. این نمونه برای برآورد مقیاس‌های عملکرد قابلیت اطمینان جامعه‌ای است که این اقلام از آن به قرعه گرفته شده‌اند.

این استاندارد هنگامی کاربرد دارد که داده‌های تحلیل شده، مستقل و همانند توزیع شده باشند. توزیع مستقل و همانند بایستی آزمون شده یا درست فرض شود (به IEC 60300-3-5 رجوع کنید).

در این استاندارد، روش‌های عددی و ترسیمی، توصیف شده‌اند تا داده‌ها ترسیم شده، آزمون برازش نکوئی[1] انجام شده، پارامترهای توزیع وایبول دو یا سه پارامتری برآورد شده و حدود اطمینان[2] ترسیم شود.

۲ مراجع الزامی

مدارک الزامی زیر حاوی مقرراتی است که در متن این استاندارد ملی ایران به آن‌ها ارجاع داده شده است. بدین ترتیب آن مقررات جزئی از این استاندارد ملی ایران محسوب می‌شود.

استفاده از مراجع زیر برای این استاندارد الزامی است:

2-1- IEC 60050-191:1990, International Electrotechnical Vocabulary – Part 191: Dependability and quality of service

2-2- IEC 60300-3-5:2001, Dependability management – Patr 3-5: Application guide – Reliability test conditions and statistical test principles

2-3- IEC 61810-2,Electromechanical elementary relays – Patr 2:Reliability

2-4- ISO 2854:1976, Statistical interpretation of data – Techniques of estimations and test relating to means and variances

2-5- ISO 3534-1:2006, Statistics – Vocabulary and symbols – Part 1: General statistical terms and terms in probability

۳ اصطلاحات، تعاریف، اختصارات و نمادها

در این استاندارد اصطلاحات و تعاریف، اختصارات و نمادهای ارائه شده در IEC 60050-191 و ISO 3534-1 همراه با اصطلاحات و تعاریف زیر بکار می‌رود.

1- Goodness-Of-Fit
2- Confidence Limits

۳-۱ اصطلاحات و تعاریف

۳-۱-۱

سانسور **censoring**

پایان دادن به یک آزمون پس از مدتی معلوم یا وقوع تعداد معینی از خرابی‌ها.

یادآوری- آزمونی را که با وجود خراب نشدن اقلام پایان می‌یابد می‌توان"آزمون سانسور شده" نامید و داده‌های زمان حاصل از این آزمون را هم می‌توان"داده‌های سانسور شده" نامید.

۳-۱-۲

قلم تعلیق شده **suspended item**

قلمی که بدون وقوع خرابی مربوط، آزمون بر روی آن قطع شود.

یادآوری ۱- قلم می‌تواند خراب نشده باشد یا نوع خرابی‌ای داشته باشد که موضوع بررسی نباشد.

یادآوری ۲- "تعلیق زود هنگام" موردی است که قبل از اولین وقوع خرابی تعلیق شده باشد. "تعلیق دیر هنگام" تعلیق پس از وقوع آخرین خرابی است.

۳-۱-۳

آزمون زندگی **life test**

آزمونی که برای برآورد یا تصدیق قابلیت دوام یک محصول اجرا می‌شود.

یادآوری- پایان عمر مفید اغلب به عنوان زمانی تعریف می‌شود که برای اقلام غیر قابل تعمیر درصد معینی خراب شده باشند و برای اقلام قابل تعمیر شدت وقوع خرابی به سطح مشخصی، افزایش یافته باشد.

۳-۱-۴

قلم غیر قابل تعمیر **non-repairable item**

قلمی که در شرایط معلوم، پس از وقوع خرابی نتواند به حالتی برگردد که مطابق الزام کار کند.

یادآوری- شرایط معلوم می‌تواند فنی، اقتصادی، بوم شناختی و/ یا دیگر شرایط باشد.

۳-۱-۵

زمان بهره‌برداری **operating time**

بازه‌ی زمانی‌ای که در آن، قلم در حالت بهره‌برداری است.

یادآوری- زمان بهره‌برداری عام است و بایستی بر حسب واحدهای مناسب قلم مورد نظر برای مثال، زمان تقویمی، چرخه‌های بهره‌برداری، مسافت طی شده و غیره بیان شود. واحدها بایستی همیشه به وضوح اظهار شود.

۶-۱-۳

وقوع خرابی مربوط **relevant failure**

وقوع خرابی‌ای که بایستی در تفسیر نتایج آزمون یا بهره‌برداری یا محاسبه‌ی مقدار یک مقیاس عملکرد قابلیت اطمینان، به حساب آورده شود.

یادآوری- معیارهای به حساب آوردن بایستی اظهار شود.

۷-۱-۳

آزمون قابلیت اطمینان **reliability test**

تجربه‌ای که برای اندازه‌گیری، کمی کردن یا رده‌بندی یک مقیاس قابلیت اطمینان یا خاصیت قلم، اجرا می‌شود.

یادآوری ۱- آزمون قابلیت اطمینان با آزمون محیطی که به مقصود اثبات بقای اقلام تحت آزمون در شرایط کرانه‌ای انبارش، حمل و نقل و کاربرد است، تفاوت دارد.

یادآوری ۲- آزمون‌های قابلیت اطمینان می‌تواند آزمون محیطی را هم شامل شود.

۸-۱-۳

قلم قابل تعمیر **repairable item**

قلمی که می‌تواند، در شرایط معلوم، پس از وقوع خرابی به حالتی بازگردانده شود که در آن حالت بتواند مطابق الزام کار کند.

یادآوری ۱- شرایط معلوم می‌تواند فنی، اقتصادی،بوم شناختی و/ یا شرایط دیگر باشد.

۹-۱-۳

زمان تا وقوع خرابی **time to failure**

زمان بهره‌برداری انباشته از اولین کاربرد یا از توان‌یابی تا وقوع خرابی.

یادآوری- در کاربردهایی که زمان انبارش یا آماده حاضر به خدمت به طور قابل ملاحظه‌ای از "زمان بهره‌برداری" بزرگ‌تر است زمان تا خرابی می‌تواند بر مبنای زمانی از خدمت، مشخص شود.

۱۰-۱-۳

زمان بین وقوع خرابی‌ها **time between failures**

مدت زمان بین وقوع خرابی‌های پی در پی.

یادآوری ۱- زمان بین وقوع خرابی‌ها شامل زمان آماد و زمان نا آماد است.

یادآوری۲- در کاربردهایی که زمان انبارش یا آماده حاضر به خدمت به طور قابل ملاحظه‌ای از "زمان بهره‌برداری" بزرگ‌تر است، زمان تا خرابی می‌تواند بر مبنای زمانی از خدمت، مشخص شود.

۱۱-۱-۳

زندگی B **B life**

صدک L **L percentiles**

سنی که در آن صدک معلومی از قلم، خراب شده است.

یادآوری- زندگی "B_{10} " سنی است که در آن ٪۱۰ اقلام (مثلاً یاتاقان‌ها) خراب شده‌اند. بعضی اوقات این سن با مقدار زندگی L مشخص می‌شود. زندگی‌های B را می‌توان مستقیماً از نمودار وایبول خواند یا به طور دقیق‌تری با مبادله‌ی وایبول تعیین کرد. سنی که در آن ٪۵۰ اقلام خراب شده‌اند B_{50}، میانه‌ی زمان تا خرابی نامیده می‌شود.

۲-۳ اختصارات

ASIC مدار مجتمع کاربرد ویژه

BGA آرایه‌ی گویچه‌ی مشبک

CDF تابع توزیع انباشته

PDF تابع توزیع احتمال

MLE برآورد با پیشینه‌ی درست نمایی

MRR رگرسیون رتبه‌ی میانه

MTTF میانگین زمان تا وقوع خرابی

۳-۳ نمادها

t زمان- متغیر

η عمر ویژه وایبول یا پارامتر سنجه

β پارمتر شکل وایبول

$\mathbf{t_0}$ نقطه‌ی راه‌اندازی یا منشأ توزیع، زمان بدون وقوع خرابی

$\mathbf{r^2}$ ضریب تعیین

f(t) چگالی تابع توزیع

F(t) تابع توزیع انباشته

h(t) تابع خطر

λ(t) نرخ خرابی لحظه‌ای

H(t) تابع خطر انباشته

$\mathbf{F_1}$ تعداد وقوع خرابی با وقوع خرابی نوع ۱

$\mathbf{F_2}$ تعداد وقوع خرابی با وقوع خرابی نوع ۲

$\mathbf{F_3}$ تعداد وقوع خرابی با وقوع خرابی نوع ۳

۴ کاربرد فنون

جدول ۱ اوضاع و شرایطی را نشان می‌دهد که در آن جنبه‌های خاصی از این استاندارد کاربرد دارد. این جدول سه روش اصلی برآورد پارامترهای توزیع وایبول یعنی روش ترسیمی، محاسبه‌ای و وای بیز و همچنین نوع داده‌هایی را که برای هر یک از روش‌ها ضروری است، نشان می‌دهد.

جدول ۱ راهنمای کاربرد در استاندارد ملی IEC 61649

روش / نوع داده‌ها	روش‌های ترسیمی	روش‌های محاسباتی	وای بیز
بازه‌ی سانسور شده	✓	NC	✓
سانسور شده‌ی چندگانه	✓	NC	✓
سانسور شده‌ی تکی	✓	✓	✓
وقوع خرابی صفر	NC	NC	✓
نمونه‌ی کوچک(≥۲۰)	✓	NC	✓
نمونه‌ی بزرگ	✓	✓	NC
داده‌های منحنی شده	✓	NC	NC
داده‌های کامل	✓	✓	✓
یادآوری– NC یعنی این استاندارد آن را در بر نمی‌گیرد.			

۵ توزیع وایبول

۵-۱ توزیع وایبول دو پارامتری

توزیع وایبول دوپارامتری دارای بیشترین کاربرد برای تحلیل داده‌های زندگی است. تابع چگالی احتمال وایبول (PDF) با معادله‌ی(۱) نشان داده شده است:

$$f(t) = \beta.\frac{t^{\beta-1}}{\eta^{\beta}}.e^{-\left(\frac{t}{\eta}\right)^{\beta}} \qquad (۱)$$

که در این معادله

t زمان است که به صورت متغیر بیان شده

η عمر ویژه یا پارامتر سنجه است

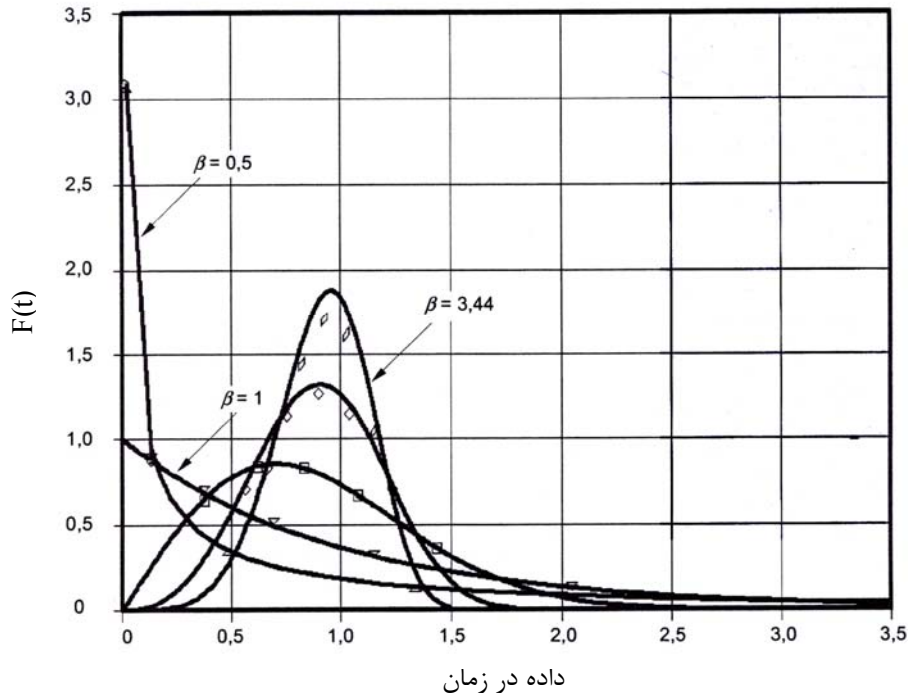
β پارامتر شکل است

تابع توزیع انباشته‌ی وایبول (CDF) دارای معادله‌ای صریح است که با معادله‌ی (۲) نشان داده شده است:

$$F(t) = 1 - e^{-(t/\eta)^{\beta}} \qquad (۲)$$

دو پارامتر η، عمر ویژه و β، پارامتر شکل است. پارامتر شکل، نرخ تغییر را در نرخ لحظه‌ای وقوع خرابی در زمان نشان می‌دهد. مثال‌ها شامل مرگ و میر کودکی، تصادفی یا فرسایش است. پارامتر شکل تعیین می‌کند که کدام عضو از توزیع‌های خانواده وایبول مناسب‌ترین است. اعضای مختلف دارای تابع توزیع انباشته‌ی مختلف هستند (به شکل ۱رجوع کنید). توزیع وایبول در مقایسه با سایر

توزیع‌ها، برازنده‌ی گستره‌ی وسیعی از داده‌های زندگی است. متغیر t ژنریک است و می‌تواند مقیاس‌های مختلفی نظیر زمان، فاصله، چرخه‌ها و اعمال تنش‌های مکانیکی، داشته باشد.



شکل-۱ شکل‌های PDF برای خانواده وایبل برای ۱/۵ =η

در شکل ۱، شکل PDF برای β=۳/۴۴ ، شبیه توزیع نرمال است. به استثنای دنباله‌ی توزیع، این یک تقریب خوب است.

نرخ وقوع خرابی لحظه‌ای λ(t) (یا h(t) تابع خطر)، توزیع دو پارامتری وایبول با معادله‌ی (۳) نشان داده می‌شود:

$$\lambda(t) = h(t) = \beta.\frac{t^{\beta-1}}{\eta^{\beta}} \qquad (۳)$$

سه گستره‌ی مقادیر پارامتر شکل β قابل توجه است.

- برای β=۱/۰ توزیع وایبول شبیه توزیع نمائی است و نرخ وقوع خرابی لحظه‌ای λ(t) از اینرو ثابتی برابر $\frac{1}{\eta}$ می‌شود.
- β> ۱/۰ موردی است که نرخ وقوع خرابی لحظه‌ای افزایش می‌یابد،
- β <۱/۰ موردی است که نرخ وقوع خرابی لحظه‌ای کاهش می‌یابد،

عمر ویژه،η ، زمانی است که انتظار می‌رود ٪۶۳/۲ اقلام خراب شوند و این امر برای همه‌ی توزیع‌های وایبول و برای همه‌ی مقادیر پارامتر شکل β صادق است، اگر تعویض اقلام مطرح باشد، انتظار می‌رود ٪۶۳/۲ از زمان‌های تا وقوع خرابی‌ها کوچکتر یا مساوی عمر ویژه یا η باشد. بحث بیشتر در مورد اقلام قابل تعمیر غیر قابل تعمیر را در IEC 60300-3-5 ، می‌یابید. ٪۶۳/۲ با قرار دادن t=η در معادله (۲) که نتیجه آن معادله (۴) است، بدست می‌آید:

$$F(\eta) = 1 - e^{-(\eta/\eta)^{\beta}} = 1 - e^{-(1)^{\beta}} = 1 - (1/e) = 0{,}632 \qquad (۴)$$

۲-۵ معادله‌ی (۵) CDF توزیع وایبول سه پارامتری را نشان می‌دهد.

$$F(t) = 1 - e^{-(\frac{t-t_0}{\eta})^{\beta}} \qquad (۵)$$

پارامتر t_0 زمان وقوع خرابی، پارامتر مکان یا حداقل زندگی، نامیده می‌شود.

اثر پارامتر مکان، تا مشاهده‌ی یک برازش ضعیف در نمودار وایبول دو پارامتری، خوب درک نمی‌شود. هرگاه فقدان برازش مشاهده شود، مهندسین سعی می‌کنند از توزیع‌های دیگری که ممکن است. برازش بهتری را فراهم کند، استفاده کند. در هر حال فقدان برازش را می‌توان در صورتی که داده‌ها با توزیع وایبل سه پارامتری نمودار شوند از بین برد. (به بند ۸-۵ رجوع کنید). با استفاده از پارامتر مکان روشن می‌شود که وقوع خرابی‌های محصول به وسیله‌ی دوره‌ی ثابت زمانی که آستانه نامیده می‌شود، جبران می‌شود. اثر پارامتر مکان هنگامی به طور معمول مشاهده می‌شود که پس از گذران عمر مفید (زمان مصرف) اولین وقوع خرابی برای محصول اتفاق بیافتد. یک شاخص اثر یک پارامتر مکان، شکل کوژ نمودار است.

۶ ملاحظات داده‌ها

۶-۱ انواع داده‌ها

داده‌های زندگی به اقلامی مربوط است که با پیر شدن موجب وقوع خرابی می‌شود. داده‌های وقوع خرابی وایبول معمولاً داده‌های زندگی‌اند ولی هنگامی که پیر شدن می‌تواند، تنش، نیرو یا دما باشد، داده‌های مواد را هم توصیف می‌کنند. «پیری» می‌تواند زمان بهره‌برداری، راه‌اندازی و ایست[۸]، فرود، صعود، چرخه‌های خستگی با چرخه‌های کوتاه، مسافت طی شده، زمان خواب یا انبارش، چرخه‌ها یا زمان تنش بالا یا دمای بالا یا خیلی از پارامترهای پیوسته‌ی دیگر باشد.

در این استاندارد پارمترهای پیری، زمان نامیده می‌شود. در صورت لزوم، «زمان» را می‌توان جانشین پارامترهایی کرد که در بالا به عنوان پیری فهرست شده‌اند.

۶-۲ زمان تا اولین وقوع خرابی

متغیر «زمان» وایبل معمولاً یک مقیاس برای تحلیل رفتن زندگی است. تفسیرهای زیر را می‌توانیم بکار ببریم:

-زمان تا اولین وقوع خرابی یک قلم قابل تعمیر،

- زمان تا وقوع خرابی یک قلم غیر قابل تعمیر،

- زمان از نو بودن تا هر وقوع خرابی یک سیستم قابل تعمیر اگر یک قلم غیر قابل تعمیر در سیستم بیش از یک بار در دوره‌ی مشاهده، خراب شود. باید فرض شود که تعمیر(تعویض قلم) وقوع خرابی

1-Shelf – life
2-Age
3- Start and stop

جدیدی را وارد نمی‌کند آنطور که بتوان سیستم بعد از تعمیر را درست دارای همان قابلیت اطمینانی در نظر گرفت که قبل از خرابی داشت(معمولاً به عنوان فرض «بد مثل همیشه» نامیده می‌شود).

- زمان تا اولین وقوع خرابی یک قلم غیر قابل تعمیر، پس از نگهداری برنامه ریزی شده، با این فرض که وقوع خرابی به نگهداری قبلی مربوط شود.

۶-۳ ویژگی‌های مواد و توزیع وایبول

ویژگی مواد مثل خزش، تنش، پاره‌گی، شکست و خستگی اغلب در کاغذ احتمال وایبول، رسم می‌شوند. در اینجا، مقیاس افقی می‌تواند تنش، چرخه‌ها، بار، تعداد تکرار بار یا دما باشد.

۶-۴ اندازه‌ی نمونه

عدم قطعیت در خصوص برآورد پارمتر وایبول به اندازه‌ی نمونه و تعداد وقوع خرابی‌های مربوط، وابسته است. پارامترهای وایبول را می‌توان با استفاده از تعداد کمی مثلاً دو وقوع خرابی برآوردکرد ولی عدم قطعیت بسیار بالا است و نمی‌تواند قابلیت کاربرد مدل وایبول را تائید کند. اندازه‌ی نمونه هر چقدر هم باشد، حدود اطمینان بایستی محاسبه و ترسیم شود تا عدم قطعیت براوردها، ارزیابی شود.

مثل همه‌ی تحلیل‌های آماری هر چه داده‌های بیشتری موجود باشد برآورد، بهتر است ولی اگر مجموعه‌ی داده‌ها محدود باشد، به راهنمایی ارائه شده در بند ۱۱-۳ رجوع کنید.

۶-۵ داده‌های سانسور تعلیق شده

هنگام تحلیل داده‌های زندگی گنجاندن داده‌های اقلامی از نمونه که خراب نشده‌اند یا در تحلیل انواع خرابی مردود شمرده نشده‌اند، ضروری است. به این داده‌ها، داده‌های سانسور یا تعلیق شده گفته می‌شود (به استاندارد IEC 60300-3-5 رجوع کنید). هنگامی که زمان تا وقع خرابی‌ی همه‌ی اقلام مشاهده شود، گفته می‌شود، داده‌ها کامل هستند.

قلمی که در آن برای نوع خرابی مورد نظر مردود نشده باشد، قلم تعلیقی یا سانسور شده است. این قلم می‌تواند با نوع وقوع خرابی مختلف خراب شده یا اصلاً خراب نشده باشد. یک"تعلیق زود هنگام" تعلیقی است که قبل از زمان اولین وقوع خرابی، انجام شده باشد.

یک "تعلیق دیر هنگام" تعلیقی است که پس از آخرین خرابی، انجام شده باشد. تعلیق‌های بین وقوع خرابی‌ها، تعلیق‌های تصادفی یا پیش رونده، نامیده می‌شود.

اگر اقلام خراب نشده بمانند، به داده‌های متناظر، سانسور شده گفته می‌شود. اگر آزمونی در زمان مشخص شده‌ی T، قبل از این که همه‌ی اقلام خراب شوند پایان داده شود به داده‌های این آزمون "داده‌های سانسور شده‌ی زمانی" گفته می‌شود. اگر آزمونی بعد از وقوع تعدادی از خرابی‌ها پایان پذیرد به داده‌ها "سانسور شده نوع خرابی" گفته می‌شود.

بحث و گفتگوی بیشتر در مورد سانسور کردن در IEC 60300-3-5 ارائه شده است.

۷ روش‌های ترسیمی و نکوئی برازش

۷-۱ نگاه اجمالی

تحلیل آماری شامل ترسیم داده‌ها بر روی کاغذ احتمال وایبول، برازش یک خط از میان داده‌ها، تفسیر نمودار، برآورد پارامترها،با استفاده از کاغذ احتمال ویژه است که از تبدیل معادله‌ی وایبول به خط بدست آمده. تحلیل ترسیمی در پیوست ۱ به تصویر کشیده شده است.

پس از مرتب کردن داده‌ها بر حسب تقدم و تأخر که فرآیند رتبه‌بندی نامیده می‌شود، داده‌ها نمودار می‌شوند. داده‌های زمان تا خرابی در محور x بر روی کاغذ احتمال وایبول، رسم می‌شود.

محور y رتبه‌ی میانه‌ی داده‌ها است، آن طور که در ۷-۲-۱ مشخص شده، برای اندازه‌ی نمونه‌ی بزرگ‌تر از ۳۰، رتبه‌ی میانه، در عمل همان درصد وقوع خرابی هاست. هرگاه نمودار داده‌ها دارای میل خطی باشد، خط رگرسیون را می‌توان ترسیم کرد.

پس از آن، می‌توان پارامترها را از نمودار، خواند. عمر ویژه η زمانی که ٪۶۳/۲ اقلام خراب می‌شوند و B۶۳/۲ زندگی، نامیده می‌شود، پارامتر شکل β به عنوان شیب، از روی کاغذ وایبول، برآورد می‌شود.

رگرسیون رتبه‌بندی میانه (MRR) روشی است برای برآورد پارامترهای توزیع با استفاده از تکنیک‌های رگرسیون خطی با متغیرهایی که رتبه‌بندی میانه و طول عمر با تنش و غیره هستند.

یک روش ترسیمی دیگری که برای برآورد پارامترهای توزیع وایبول استفاده می‌شود، نمودار خطر نامیده می‌شود. این روش در بند ۷-۳ توصیف شده است.

۷-۲ چگونه نمودار احتمال رسم کنیم

برای رسم نمودار احتمال، نیاز است ترتیبی از مراحل اجرا شود. این مراحل ذیلاً به تفصیل توصیف شده است.

۷-۲-۱ رتبه بندی

برای رسم نمودار وایبول، داده‌های زمان تا وقوع خرابی را از کوتاه‌ترین به بلندترین، رتبه‌بندی کنید. این رتبه‌بندی، جایگاه نمودار بر حسب زمان در، محور t و محور عمودی F(t) را، بر حسب درصد، مشخص می‌کند. بدین ترتیب اطلاعات برای ترسیم خط وایبول که با معادله‌ی (۶) نشان داده شده، فراهم می‌شود:

رتبه بندی میانه در پیوست (ج) ارائه شده است. به عنوان یک مثال جدول‌های مخصوص رتبه‌بندی ٪۵۰ را برای یک نمونه با اندازه‌ی پنج، وارد کرده و رتبه‌های میانه‌ای را که در جدول شماره ۲ نشان داده شد برای پنج مدت زمانی که در ستون وسط نشان داده شد، پیدا کنید. رسم جایگاه‌های رتبه‌ی میانه در پیوست ج برای همه‌ی انواع کاغذهای احتمال یعنی وایبول، لگاریتمی. نرمال و مقدار کرانه، بکار برده می‌شود.

یادآوری۱- اگر دو نقطه از داده‌ها، هم زمان باشند، آنها را با مقدار رتبه‌های میانه‌ی مختلف، رسم می‌کنیم.

جدول۲- داده‌های وقوع خرابی رتبه‌بندی شده‌ی شکل‌گیری پرچ

شماره ترتیب I	زمان تا وقوع خرابی Min(X)	رتبه‌ی میانه ٪(Y)
۱	۳۰	۱۲/۹۴
۲	۴۹	۳۱/۳۸
۳	۸۲	۵۰/۰۰
۴	۹۰	۶۸/۶۲
۵	۹۶	۸۷/۰۶

برای توزیع‌های غیر متقارن برآورد میانه بر مقدار میانگین یا متوسط، ترجیح داده می‌شود. بیشترین توزیع داده‌های زندگی دارای چولکی می‌باشند و از این رو میانه نقش مهمی بازی می‌کند.
اگر یک جدول رتبه‌های میانه و میانگین‌ها برای محاسبه‌ی رتبه‌های میانه با استفاده از توزیع β موجود نباشد، در این صورت می‌توان از تقریب برنارد معادله (۶) استفاده کرد.

$$F_1 = \frac{(i-0,3)}{(N+0,4)}\% \qquad (۶)$$

که در این معادله،N اندازه‌ی نمونه و i جایگاه رتبه بندی شده‌ی قلم داده‌های مورد علاقه است.
یادآوری۲- این معادله بیشترین کاربرد را برای $N \le 30$ دارد برای $N > 30$ از اصلاح فراوانی انباشته می‌توان صرف نظر کرد: $F_i = (i/N)\times 100\%$

۷-۲-۲ نمودار احتمال وایبول

پس از تبدیل داده‌ها، نمودار را می‌توان به سه روش مختلف رسم کرد،
-کاغذ احتمال وایبول- پیوست ث کاغذ احتمال وایبول را نشان می‌دهد،
- یک برنامه‌ی کامپیوتری صفحه‌ی گسترده پیوست ت مثالی از صفحه‌ی گسترده را ارائه می‌کند،
- نرم‌افزار بازاری.

۷-۲-۳ پرداختن به داده‌های تعلیق یا سانسور شده

اقلام خراب نشده یا اقلامی که با وقوع خرابی نوع دیگری خراب شده‌اند، به ترتیب اقلام سانسور شده یا تعلیق شده می‌باشند. این داده‌ها را نمی‌توان نا دیده انگاشت. زمان‌های اقلام تعلیق شده باید در تحلیل گنجانده شود.
فرمول زیر رتبه‌های وفق داده شده را بدون نیاز به محاسبه‌ی نموهای رتبه، ارائه می‌کند. این فرمول برای همه‌ی وقوع خرابی‌ها بکار برده می‌شود و نیازمند یک ستون اضافی برای رتبه‌های معکوس است. این روش اجرایی برای رتبه بندی داده‌ها با تعلیق و کاربرد معادله (۷) برای تعیین رتبه‌های وفق داده شده برای وجود تعلیق هاست.

$$\text{رتبه‌ی وفق داده شده} = \frac{(N+1) + (\text{رتبه‌ی .... قبلی}) \times (\text{رتبه‌ی معکوس})}{1 + (\text{رتبه‌ی معکوس})} \qquad (۷)$$

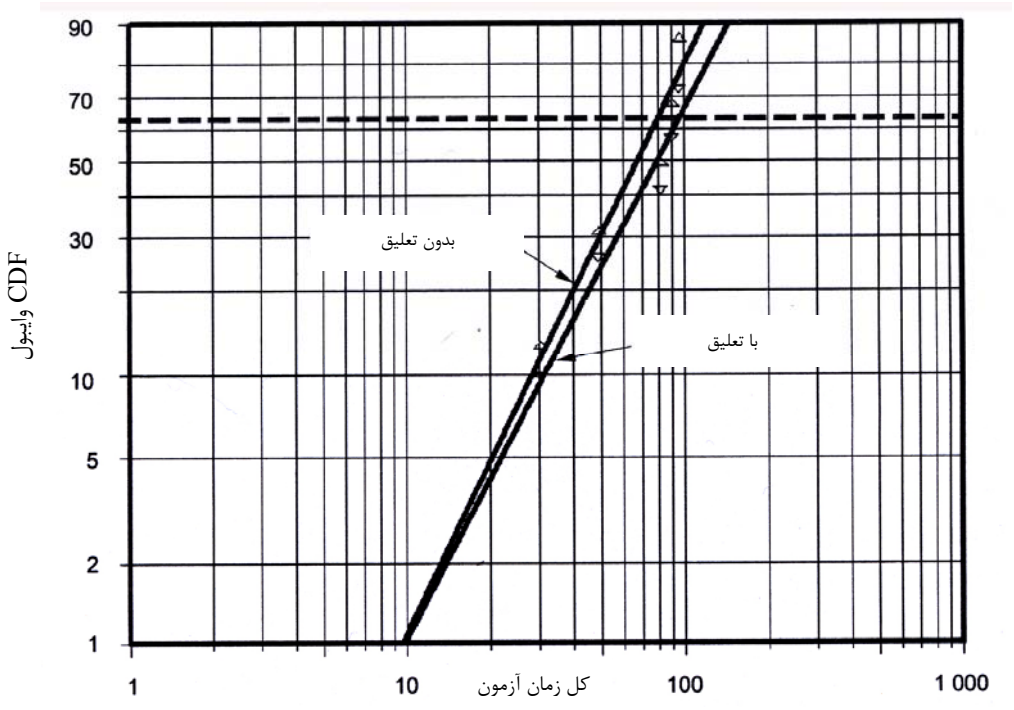
شماره‌های ترتیب رتبه، برای سه قلم تعلیق شده در جدول ۳ وفق داده شده است.

جدول-۳ رتبه‌های وفق داده شده برای داده تعلیق یا سانسور شده

رتبه	زمان	وضعیت	رتبه‌ی معکوس	رتبه‌ی وفق داده شده	رتبه‌ی میانه
۱	۱۰	تعلیقی	۸	تعلیق شده	
۲	۳۰	وقوع خرابی	۷	[۷×۰ +(۸+۱)/(۷+۱)= ۱/۱۲۵	
۳	۴۵	تعلیقی	۶	تعلیق شده	
۴	۴۹	وقوع خرابی	۵	[۵×۱/۱۲۵ +(۸+۱)/(۵+۱)= ۲/۴۳۸	
۵	۸۲	وقوع خرابی	۴	[۴×۲/۴۳۸ +(۸+۱)/(۴+۱)= ۳/۷۵۰	
۶	۹۰	وقوع خرابی	۳	[۳×۳/۷۵۰ +(۸+۱)/(۳+۱)= ۵/۰۶۳	
۷	۹۶	وقوع خرابی	۲	[۲×۵/۰۶۳ +(۸+۱)/(۲+۱)= ۶/۳۷۵	
۸	۱۰۰	تعلیقی	۱	تعلیق شده	

در این مثال برای رتبه‌های وفق داده شده از تقریب برنارد استفاده شده تا رتبه‌های میانه محاسبه شود چون محاسبه آسان‌تر از درون‌یابی از جدول است. نتایج جدول ۳ در شکل ۲ نمودار شده است.

یادآوری- اگر دو قلم هم سن باشند، به آنها شماره‌های ترتیب رتبه‌ی متوالی داده می‌شود. در مورد تعلیق دیر هنگام، این روش اجرایی باید برای بقیه‌ی وقوع خرابی‌ها، تکرار شود.



شکل۲- کل زمان آزمون (بر حسب دقیقه)

هنگامی که از تعلیق برای نمودار توزیع وایبول و برآورد پارامترها استفاده می‌کنیم، تقریب برنارد برای رتبه‌ی میانه دارای دقت کافی است.

در این تقریب"i" رتبه‌ی وفق داده شده و N مجموع وقوع خرابی‌ها و تعلیق‌هاست. رتبه‌های میانه برای رسم در کاغذ وایبول، به درصد تبدیل شده‌اند. برای مثال برای اولین وقوع خرابی در جدول ۳

$$\text{رتبه‌ی میانه (٪)} = \frac{(۱۲۵،۱ - ۰،۳)}{(۸ + ۰،۴)} \times ۱۰۰ = ۸۲،۲ \text{ ٪}$$

شکل ۲ نمودار صحیح وایبول را هنگامی که دارای تعلیق است نشان می‌دهد. مراحل رسم نمودار مجموعه داده‌های دارای تعلیق به قرار زیر است :

الف) زمان‌های وقوع خرابی‌ها و تعلیق‌ها را از کوتاه‌ترین به بلندترین، رتبه بندی کنید.

ب) رتبه‌های وقوع داده شده را برای وقوع خرابی‌ها (تعلیق‌ها رسم نمی‌شوند) محاسبه کنید.

پ) از تقریب برنارد برای محاسبه‌ی رتبه‌های میانه استفاده کنید.

ت) زمان‌های وقع خرابی(x) را در برابر رتبه‌های میانه (y)، در کاغذ وایبل رسم کنید.

ث) با خواندن B۶۳،۲ زندگی از نمودار، η را برآورد کنید.

ج) با استفاده از سنجه‌ها یا خط‌کش ویژه‌ی بتا که معمولاً در کاغذ احتمال وایبول ارائه می‌شود، β را برآورد کنید.

چ) نمودار را تفسیر کنید.

۷-۲-۴ نمودار احتمال

نمودار دستی داده‌ها در کاغذ وایبل یا نمودار کامپیوتری برای کنترل نکوئی برازش کافی است. برازش چشمی یک خط مستقیم هم می‌تواند نشانه‌ای از نکوئی برازش، ارائه کند.

۷-۲-۵ کنترل برازش

اگر داده‌ها در نمودار وایبول در اطراف یک خط راست به صورت خوشه‌ای جمع شوند، دلیل بر این است که داده‌ها توسط توزیع مورد نظر نمایانده می‌شوند. به هر حال در نمونه‌های کوچک استنباط نکوئی برازش، دشوار است. مقیاس‌های آماری برای نکوئی برازش وجو دارد مثل مربع خی و آزمون‌های کلموگورف- اسمیرنف و نانسی‌مان. در این استاندارد از مربع ضریب هم بستگی استفاده می‌شود که ضریب تعیین نامیده می‌شود.

ضریب تعیین را می‌توانیم با معادله‌ی زیر محاسبه کنیم:

$$r^2 = \frac{\left(\sum_{i=1}^{N} x_i y_i - \frac{\sum_{i=1}^{N} x_i \sum_{i=1}^{N} y_i}{N} \right)^2}{\left(\sum_{i=1}^{N} {x_i}^2 - N(\bar{x})^2 \right)\left(\sum_{i=1}^{N} {y_i}^2 - N(\bar{y})^2 \right)}$$

که در این معادله x_i و y_i به ترتیب زمان وقوع خرابی و رتبه‌ی میانه، $\bar{x}$ و $\bar{y}$ میانگین x_i و y_i و N اندازه‌ی نمونه است.

r^2 نسبت تغییرات در داده‌هاست که می‌توان آن را با فرضیه‌ی وایبل توضیح داد. هر چه r^2 به یک نزدیک‌تر باشد برازش داده با توزیع وایبول بهتر خواهد بود و هر چه به صفر نزدیک‌تر باشد، نشان دهنده‌ی برازش کم‌تر است. ضریب کورلاسیون r برای اندازه‌گیری استقامت نسبت خطی بین دو متغیر است و وابسته به شیب،r، عددی بین ۱+ و ۱- است. در حالت دیگر، اگر نمودار وایبول با استفاده از صفحه‌ی گسترده رسم شود آن وقت اگر از تکنیک‌های رگرسیون خطی استفاده میشود، در صورتی که داده‌ها با خط راست برازش داشته باشند ضریب هم بستگی اغلب به عنوان بخشی از خروجی، معلوم است، (معمولاً یک انتخاب دلخواه گزینش است). به همین ترتیب، بسته‌های نرم-افزاری تجاری هم ضریب هم بستگی را فراهم می‌کنند.

از این امر بایستی با احتیاط و دقت و فقط در صورتی استفاده شود که بازرسی چشمی همراه با مشاهده انجام شود.

۳-۷ نمودار خطر

تکنیک‌های رسم نمودار احتمال وایبول اول نسبت انباشته‌ی خراب شده‌ی $F(t)$ را با استفاده از رتبه‌های میانه، و سپس رسم زمان‌های تا وقوع خرابی در برابر احتمال‌های انباشته‌ی برآورد شده‌ی جداگانه‌ی مربوطدر کاغذ وایبول برآورد می‌کند.

تکنیک رسم نمودار خطر با برآورد نرخ لحظه‌ای وقوع خرابی یا تابع خطر،

$$\lambda(t) = h(t) = \frac{f(t)}{[1 - F(t)]}, \qquad (۱۰)$$

با استفاده از برآورد تابع خطر انباشته، شروع می‌شود.

تابع خطر انباشته،

$$H(t) = \int_0^t h(t)dt = -In[1 - F(t)], \qquad (۱۱)$$

با جمیع انباشته‌ی تابع خطر انباشته، برآورد می‌شود،

$$H(t) = \left(\frac{t}{\eta}\right)^{\beta}, \qquad (۱۲)$$

اگر از طرفین لگاریتم طبیعی بگیریم، رابطه‌ای خطی زیر برای H(t) در برابر ln(t) ، حاصل می‌شود:

$$\ln(H(t)) = \beta \ln(t) - \beta \ln(\eta) \qquad (۱۳)$$

از این رو کاغذ خطر وایبول، یک کاغذ ln-ln است. شیب نامی خط برازش شده به داده‌ها،β است و هنگامی که H(t)=1 است، t=η است.

یادآوری- برای کاغذ خطر وایبول هم از لگاریتم طبیعی و هم از لگاریتم پایه ده می‌توان استفاده کرد.

گرچه کاغذ خطر وایبول در بعضی از کشورها موجود است ولی از کاغذ احتمال وایبول معمولی هم بکار بردن تبدیل زیر می‌توان برای این تکنیک‌ها، استفاده کرد.

$$F(t) = 1 - e^{-H(t)} \qquad (۱۴)$$

با استفاده از صفحه‌ی گسترده می‌توان بسیار راحت از این فرمول استفاده کرد.

روش اجرایی ترسیم خطر به قرار زیر است:

الف) زمان‌ها و تعلیق‌ها را همزمان از کوتاه‌ترین به بلندترین، مرتب کنید.

ب)برای هر وقوع خرابی، نرخ لحظه‌ای وقوع خرابی را محاسبه کنید که از یک بخش بر اقلامی که پس وقوع خرابی یا سانسور قبلی، باقی می‌مانند، بدست می‌آید.

پ) برای هر وقوع خرابی، جمع انباشته‌ی نرخ‌های لحظه‌ای خرابی را به عنوان برآورد از تابع خطر، محاسبه کنید.

ت) خطرهای انباشته‌ی زمان تا وقوع خرابی را در کاغذ log-log یا کاغذ ln-ln، رسم کنید،

ث) یک خط مستقیم را به رسم برازش کنید،

ج) پارامترها را برآورد بزنید.

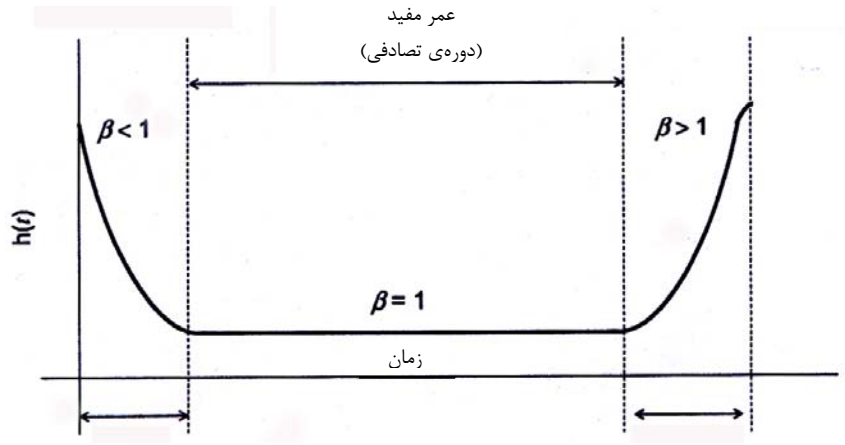
در پیوست هر یک مثال حل شده ارائه شده است. در استاندارد IEC 61810-2 مثال‌هایی با استفاده از نمودار خطر برای برآورد پارامترهای توزیع وایبول، ارائه شده است.

۸ تفسیر نمودار احتمال وایبول

۸-۱ منحنی وان حمام

۸-۱-۱ کلیات

منحنی پر کاربرد وان حمام (به شکل ۳ رجوع کنید)، رابطه‌ی بین پارامتر شکل وایبول شکل وایبول β و تابع خطر را در سراسر عمر یک قلم، نشان می‌دهد. این طور نیست که همه‌ی اقلام همه‌ی اجزای منحنی وان حمام را در عمرشان از خود نشان بدهند.



شکل۳- منحنی وانی شکل معمول یک قلم

۸-۱-۲ β <۱ دلالت بر وقوع خرابی‌های زود هنگام دارد

هم سیستم‌های الکترونیکی و هم سیستم‌های مکانیکی ممکن است در آغاز دارای نرخ وقوع خرابی‌های بالایی باشند و سازندگان، کنترل فرآیند تولید، آزمون‌های پذیرش تولید، سوختن زود هنگام یا RSS را قبل از تحویل به مشتری انجام می‌دهند تا از وقوع خرابی زود هنگام، جلوگیری کنند. از اپترو پارامتر شکل کمتر از یک نشان دهنده‌ی موارد زیر است:

-کافی نبودن کنترل فرآیند،
- کافی نبودن سوختن زود هنگام یا غربالش تنش
- مشکلات تولید، مونتاژ نادرست، فقر کنترل کیفیت،
- مشکلات اورهال،
- اختلاط جامعه‌ها [1]
- تولید اولیه، فرسایش اولیه [2]

خیلی از اجزاء الکترونیکی طی عمر مفید، نرخ لحظه‌ای وقوع خرابی کاهشی از خود نشان می‌دهند. از این رو پارامترهای شکل کمتر از یک دارند. نگهداری پیش‌گیرانه برای این اجزاء مناسب نیست چون قطعات کهنه بهتر از قطعات نو هستند.

۸-۱-۳ $\beta=1$ - دلالت بر نرخ لحظه‌ای وقوع خرابی ثابت دارد

این دوره اغلب، دوره‌ی وقوع خرابی تصادفی نامیده می‌شود چون خرابی به صورت تصادفی وقوع می‌یابد. این وقوع خرابی‌ها، مستقل از زمان محسوب می‌شوند. در این مورد نگهداری پیش‌گیرانه، سیستم را بهبود نمی‌بخشد.

از این رو موارد زیر ممکن است حدس زده شود:

-خطای نگهداری تصادفی، خطای انسانی
- اضافه بار تصادفی
- وقوع خرابی در اثر ماهیت، صدمه از شیء خارجی، صاعقه،
- اختلاط داده‌ها، از سه یا انواع خرابی‌های بیشتر (با این فرض که این وقوع خرابی‌ها دارای مقادیرβهای متفاوتند) در حالی که مکانیزم فقدان وقوع خرابی بر رفتار وقوع خرابی، غالب است.

در این جا هم نگهداری پیش‌گیرانه، مناسب نیست. توزیع وایبول با $\beta=1$ با توزیع نمایی یکسان است. از آن اقلامی که تا زمان t بقا داشته‌اند، درصد ثابتی در دوره زمانی بعدی، خراب می‌شوند. این امر به عنوان نرخ لحظه‌ای وقوع خرابی ثابت، شناخته می‌شوند.

۸-۱-۴ $\beta>1$ دلالت بر فرسایش دارد

بعضی از مثال‌های معمول در این موارد به قرار زیر است:

- فرسایش
- خوردگی
- توسعه ترک
- خستگی
- جذب رطوبت
- نشت و نفوذ
- تبخیر (از دست دادن وزن)

1-Mixture of population
2-Run-in, wear-in

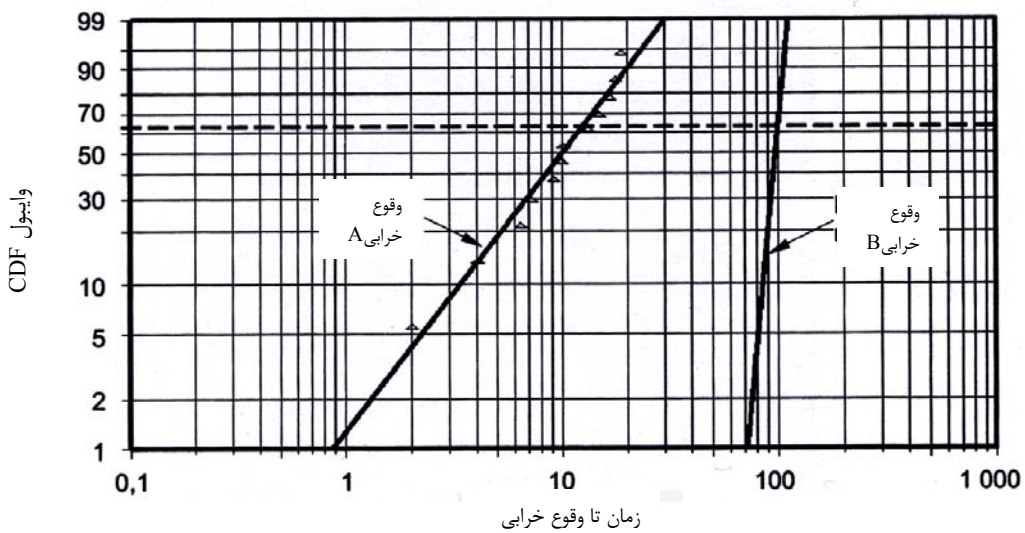
- انباشته شدن صدمه

اقدامات طراحی باید تضمین کند که این پدیده‌ها بر احتمال وقوع خرابی محصول در طی عمر عملکردی مورد انتظار، تأثیر چشم‌گیری نمی‌گذارد.

توزیع وایبول سه پارامتری، حداقل زمان تا اولین وقوع خرابی را برآورد می‌کند، توزیع وایبول که در مواردی که پارامتر شکل از یک بزرگتر است، بسیار مفید است (به بند ۵-۲ یا ۸-۵ رجوع کنید).

۸-۲ به مدهای ناشناخته‌ی وایبول می‌توان ماسک زد

پدیده‌های ماسک دار هنگامی پیش می‌آید که دو یا بیش از دو نوع وقوع خرابی رقیب دارای پارامتر شکل با مقدار زیاد و پارامترهای سنجه‌ی بسیار متفاوت باشند. این بدین معناست که برای یک اندازه‌ی کوچک نمونه، بیشترین یا همه‌ی نمونه‌ها با نوع وقوع خرابی‌ای با پارامتر سنجه‌ی کوچک، خراب خواهند شد. دیگر انواع وقوع خرابی می‌تواند تا بر طرف شدن اولین نوع وقوع خرابی، نمی-تواند شناسایی شود.

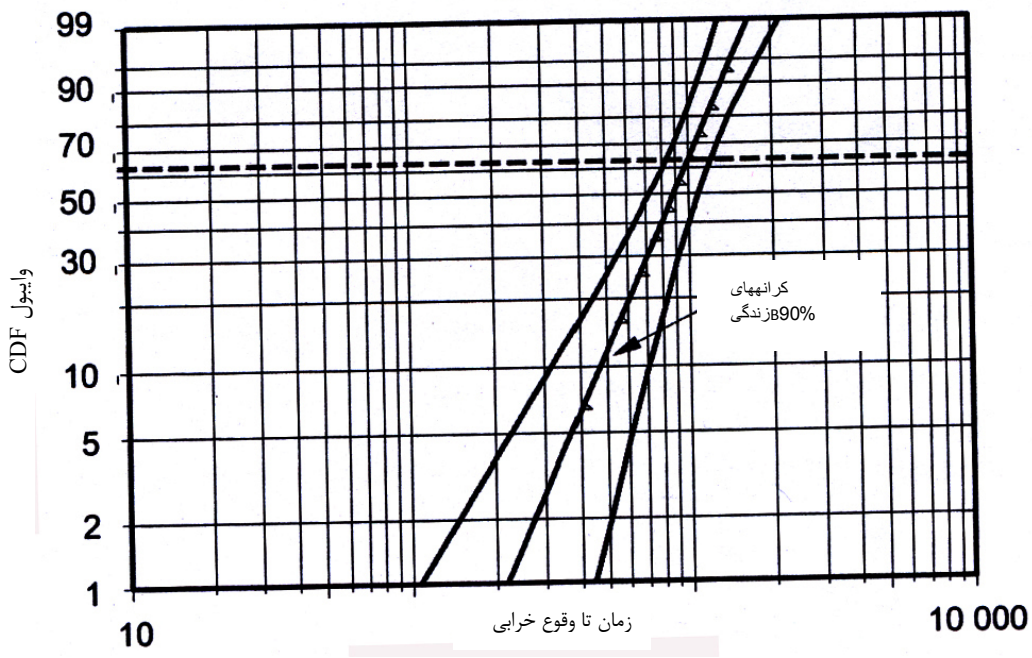


شکل ۴- به مدهای انواع وقوع خرابی وایبول می‌توان ماسک زد

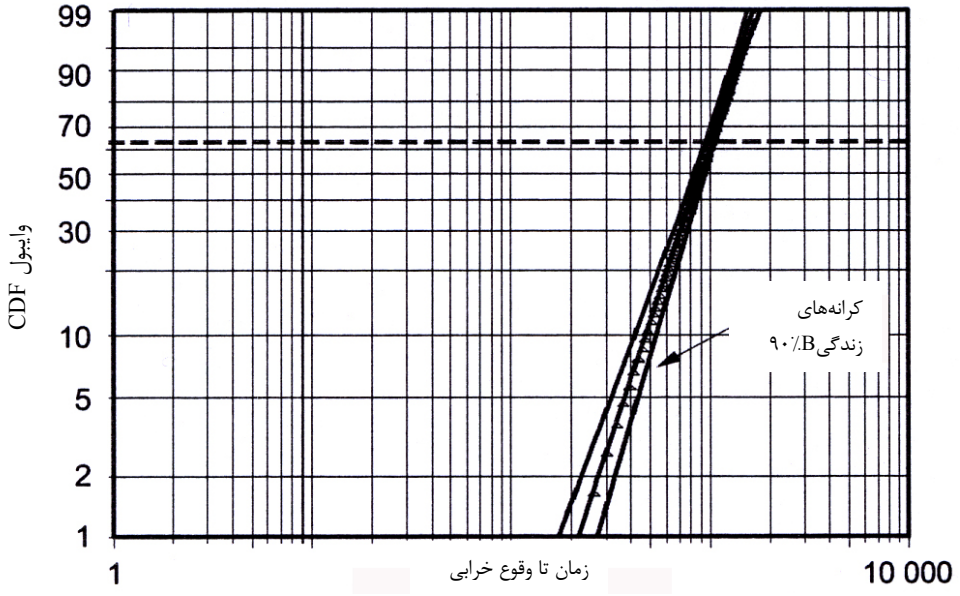
۸-۳ نمونه‌های کوچک

تحلیل وایبول از نمونه‌های کوچک امکان‌پذیر است ولی به هر حال حدود اطمینان تحت تأثیر اندازه‌ی نمونه قرار می‌گیرد. نمونه‌های کوچک، عدم قطعیت برآورد پارامترهای زندگی را افزایش می‌دهد.

بهبود عدم قطعیت با افزایش اندازه‌ی نمونه در شکل‌های ۵ و ۶ به تصویر کشیده شده است. (٪۹۰ کرانه‌ی زندگی"حدود اطمینان" شامل"B زندگی" با فراوانی ٪۹۰ است. بازه در شکل ۶ خیلی کوچک‌تر است).



شکل۵- اندازه‌ی نمونه:۱۰



شکل۶- اندازه‌ی نمونه:۱۰۰

چون مقدار $F(t)$ کوچک است یعنی، کسر خراب شده، کوچک است. بیشترین میزان عدم قطعیت در دنباله‌ی توزیع وایبول قرار دارد. نمونه‌های بزرگ‌تر از ۲۰ وقوع خرابی و تعلیق برای متمایز کردن توزیع وایبول از دیگر توزیع‌ها، لازم است.

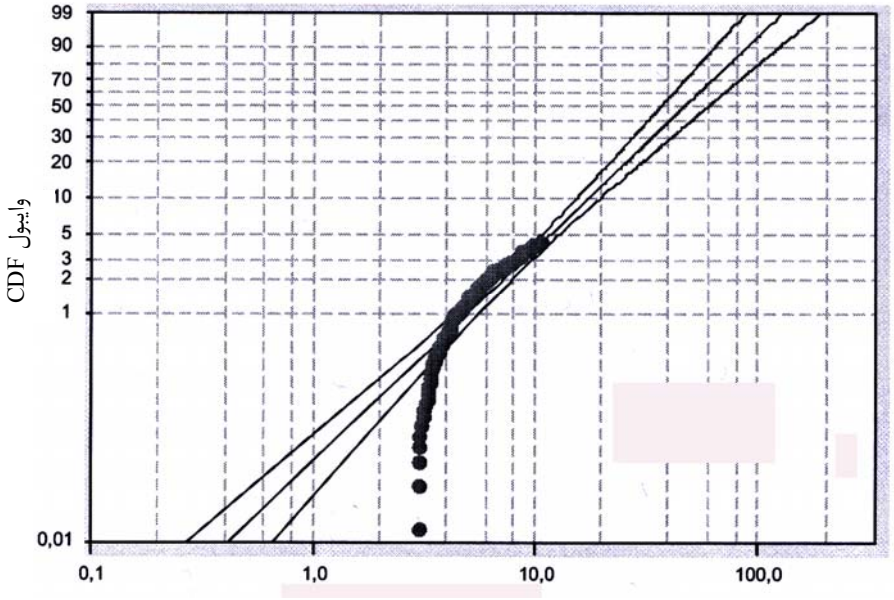
در تصمیمات بر مبنای نتایج حاصل از نمونه کوچک بایستی به عدم قطعیت توجه شود و هرگاه امکان پذیر باشد نتایج را بایستی با جمع آوری و تحلیل داده‌های تکمیلی، بهسازی کرد.

۸-۴ دور افتاده‌ها

بعضی از وقتها نقطه‌ی اول یا آخر مجموعه‌ی داده‌ها نقطه‌ای وحشی است و بنا بر دلایلی عضو مجموعه‌ی داده‌ها نیست. به چنین نقاطی، دور افتاده می‌گویند. این نقاط می‌تواند برای تحلیل داده‌های زندگی مهم باشند و بنابراین مستلزم تحقیق و بررسی از جنبه‌های مهندسی ثبت داده‌ها، سوابق آزمون کالیبراسیون ابزار دقیق و غیره است تا علت پراکنش زیاد این نقاط، شناسایی شود. بعضی وقتها دور افتاده‌ها می‌تواند مشخص کننده‌ی جامعه‌ای ضعیف یا سستی‌های فرآیند باشد و از اینرو از نقطه نظر تضمین قابلیت اطمینان، بسیار با اهمیت است.

۸-۵ تفسیر نمونه‌های غیر خطی

اگر داده‌ها در نمودار وایبول منحنی به نظر برسند، آن طور که در شکل ۷ به تصویر کشیده شد، بدین معناست که پارامتر t_0 می‌تواند غیر صفر [1] باشد. قبل از جرح و تعدیل نمودار، کنترل محتوای نمودار برای وجود بیش از یک نوع وقوع خرابی، ضروری است. اگر چنین باشد به پیوست (چ) مراجعه کرده و بیشتر بررسی کنید که آیا این انواع با یکدیگر در تعارض‌اند یا اختلاطی ساده است.

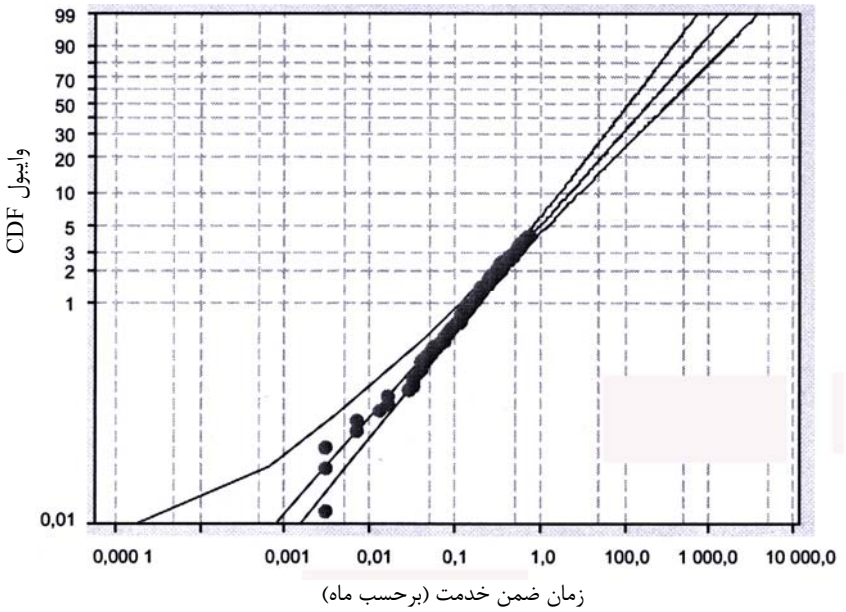


شکل۷- مثالی که نبود برازش را در توزیع وایبول دو پارامتری نشان می‌دهد

حداقل زندگی به معنای "زمان صفر[2]" نیست بلکه به این معنی است که حداقل زندگی یا حداقل دوام، وجود دارد. "پیری صفر[3]" هنگامی است که هیچ مکانیزم وقوع خرابی فرسایشی قلم عمل نکرده باشد در حالیکه "زمان صفر" هنگامی است قلم هیچ زمان بهره‌برداری، نداشته است. برای مثال، برای نوع وقوع خرابی تولید خرابی بلافاصله یا زود هنگام در زندگی می‌تواند غیر ممکن باشد. شکل ۸ همان داده‌هایی را که در شکل ۷ استفاده شده نشان می‌دهد به جز اینکه به طور نسبی

1-Non- zero
2-Zero time
3-Zero age

۲/۹۹ ماه، جا به جا شده است. این نمودار یک برازش خطی از خود نشان می‌دهد و به عنوان یک دوره‌ای فاقد وقوع خرابی، (سه ماه) که طی آن احتمال وقوع خرابی صفر است، تفسیر می‌شود.



شکل۸- ترسیم همان داده‌ها با توزیع وایبول سه پارامتری، نکوئی برازش را با سه ماه جبران (محل۲/۹۹ ماه)

این روش مشتمل است بر کم کردن t_0=۳ از هر داده‌ی شکل ۷ برای بدست آوردن شکل ۸، توجه داشته باشید که مقیاس محور عمودی وایبول و ویژگی زندگی اکنون در حوزه‌ی t_0 قرار دارند. برای تبدیل دوباره به زمان واقعی، t_0 را اضافه کنید. این یک مثال از توزیع وایبول سه پارامتری با پارامتر سوم، t_0، دوره‌ی بدون وقوع خرابی است. یک دوره‌ی بدون وقوع خرابی نبایستی بدون توجیه فنی، فرض شود. پیوست چ مثال دیگری از توزیع وایبول سه پارامتری ارائه می‌کند. برازش توزیع وایبول سه پارامتری چون مدل پیچیده‌تر است از برازش توزیع وایبول دو پارامتری، بهتر است. قبل از استفاده از سه معیار زیر باید همیشه برآورده شده باشند:

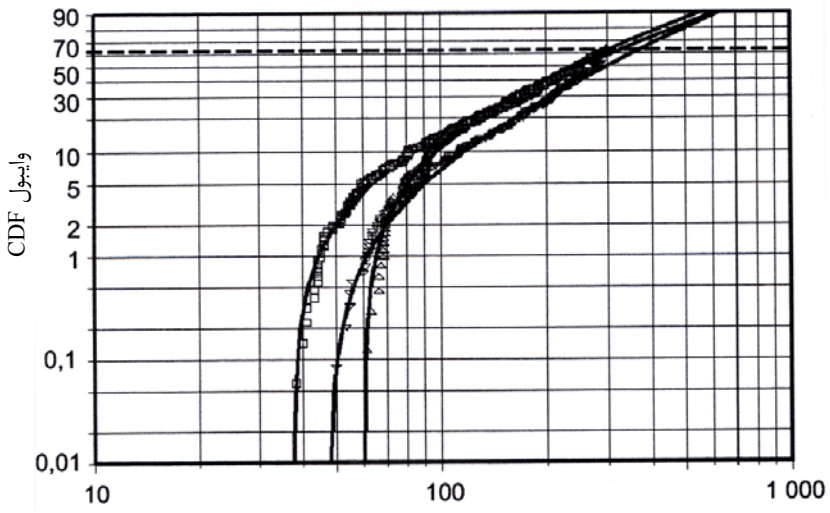
الف- نمودار وایبول باید انحنای مقعر داشته باشد،

ب- باید توجیهی فیزیکی برای چرایی ممکن نبودن وقوع خرابی قبل از t_0 وجود داشته باشد،

پ-یک اندازه‌ی بزرگ نمونه، حداقل بیست و یک وقوع خرابی، باید موجود باشد. در صورتی که دانش بدست آمده از توزیع‌های وایبول قبلی، مناسب بودن پارامتر سوم را تائید می‌کند، اندازه‌ی کوچک‌تر نمونه مثلاً هشت تا ده، هم می‌تواند قابل قبول باشد.

تقعر رو به پائین بیشتر از تقعر رو به بالا پیش می‌آید. تقعر رو به بالا از t_0 منفی خبر می‌دهد که می‌تواند هنگام اعمال تنش قبل از آزمون به اقلام با وقوع خرابی فرسایشی، پیش آید. برای برآورد t_0 راه‌های متعددی وجود دارد. یک منحنی را می‌توان از طریق داده‌ها و برون‌یابی به پائین تا مقیاس افقی زمان، رسم کرد. نقطه‌ی تقاطع، t_0 تقریبی است. اگر قسمت اولیه‌ی داده‌ها گم شده باشد، t_0 را می‌توان برای داده‌های گم شده ترمیم کرد، گرچه این کار همیشه موفقیت آمیز، نیست. به طور مثال در، شکل ۹ داده‌های کابل برحسب مقیاس پیری بر حسب ماه، گروه‌بندی شده است.

یادآوری- t_0 همیشه کمتر از اولین زمان وقوع خرابی خواهد بود



شکل۹- مثالی از برآورد چشمی t_0

به طور خلاصه تقعر رو به پائین نمودارها نشان می‌دهد که نیاز است مبدأ به راست جا به جا شود، کم کردن t_0 از هر یک از زمان‌های تا وقوع خرابی، خط راست برازش را، بدست می‌دهد.
تقعر رو به بالای نمودارها نشان می‌دهد که نیاز است مبدأ به چپ جا به جا شود و t_0 باید به هر یک از زمان‌های وقوع خرابی اضافه شود تا خط راست برازش بدست آید. نمودار ب حسب مقیاس زمانی " ثبت شده" راحت‌تر، فهمیده می‌شود.

۸-۵-۱ توزیع‌هایی به غیر از وایبول

دلایل دیگری برای برازش نا چیز خط راست، یعنی تشکیل منحنی توسط داده‌ها بر روی کاغذ وایبول، وجود دارد. توزیع دیگر می‌تواند داده‌ها را بهتر توصیف کند. اگر این امر درست باشد، بایستی توزیعی را بکار برد که داده‌ها را به بهترین صورت توصیف می‌کند. برای مثال توزیع لگاریتم طبیعی یک عضو از توزیع‌های خانواده‌ی وایبول نیست ولی برای تحلیل داده‌های زندگی، کاربرد دارد. داده‌های لگاریتم طبیعی که روی کاغذ وایبول رسم شده‌اند تقعر رو به پائین دارند. همان داده‌ها اگر بر روی نمودار احتمال لگاریتم طبیعی رسم شود یک خط راست را دنبال می‌کند.
داده‌های برازش شده برای نمودار سه پارامتری وایبول و نمودار لگاریتم طبیعی، در نمودار دو پارامتری وایبول دارای انحنای رو به پائین می‌باشند. هر دوی این توزیع‌ها می‌تواند داده‌های زمان تا وقوع اولین خرابی را مدل کند.

۸-۵-۲ نا هم خوانی‌های داده‌های وقوع خرابی چند نوعی

براساس نمودار داده‌های وایبول، ممکن است یک فرضیه‌ی مهندسی استنتاج شود. این فرضیه بایستی سپس با تحلیل وقوع خرابی و تحقیقات بیشتر، تائید شود. مثال‌ها شامل موارد زیر است:
الف- وقوع خرابی‌ها در قطعاتی که در اوایل زمان (بهر) تولید شدند و قطعاتی که در اواخر زمان (بهر) تولید شدند تحت تأثیر قرار نگرفته‌اند که خبر از مشکل در یک بهر می‌دهد،
ب- شماره‌ی سریال قطعات خراب شده به هم نزدیکند که خبر از مشکل در یک بهر می‌دهد،

پ- داده‌هایی که در کاغذ وایبول رسم شده‌اند دارای پیچ تند برگشتی هستند که احتمالاً در اثر اختلاط انواع وقوع خرابی، ایجاد شده‌اند.
ت- حدس زده می‌شود که نقطه‌ی اول یا آخر دور افتاده باشند که نشان‌دهنده‌ی مشکلات داده‌ها یا شاید هم شاهدی بر انواع خرابی مختلف باشد.

۹ روش‌های محاسباتی نکوئی برازش

۹-۱ مقدمه

روش راست نمائی بیشینه (MLE) روشی محاسباتی برای مورد نمونه‌ی بزرگ است.
میان روش‌های محاسباتی برای برآورد پارامترهای توزیع وایبول (به [۹] رجوع کنید)، MLE دارای این مزیت است که برآورد پارامترها را از مجموعه داده‌های یا مکانیسم‌های پیچیده سانسور و تعلیق‌ها، در صورتی میسر می‌کند که تعداد اقلام مورد آزمون بزرگ باشد. این بند MLE را برای مجموعه داده‌های بدون سانسور، توصیف می‌کند. در مرحله اول، آزمون نکوئی برازش، برای کنترل فرض وایبول دخالت داده می‌شود، اگر فرضیه مردود شمرده نشد، MLE ادامه می‌یابد.
روش‌های بند ۷ و ۸ به داده‌های سانسور شده‌ی تکی و چندگانه می‌پردازد ولی روش‌های این بند فقط به داده‌های سانسور شده‌ی تکی می‌پردازد (نه داده‌های سانسور شده‌ی چندگانه)

۹-۲ فرض‌ها و شرایط

یک نمونه‌ی n تایی از اقلام غیر قابل تعمیر از یک جامعه، در لحظه‌ی زمانی معلوم t=0 تحت آزمون قرار داده می‌شود. شرایط محیطی باید برای همه اقلامی که تحت آزمون قرار داده شده‌اند یکسان باشد و اقلام خراب شده پس از خرابی، تعویض نمی‌شوند. هنگامی که آزمون در زمان T متوقف می‌شود، تعداد r قلم خراب شده‌اند (T می‌تواند مساوی یا بزرگتر از t_r باشد). زمان تا وقوع خرابی همه‌ی اقلام باید معلوم شود. تعداد r دفعه زمان تا وقوع خرابی وجود دارد: $t_1,t_2,\ldots,t_r$ و بدین ترتیب $0 < t_1 \le T$, $i = 1, 2, \ldots, r$

یادآوری۱- روش‌های اجرایی این استاندارد، دسترسی به بعضی از امکانات محاسباتی را مفروض می‌دارد. گرچه بیشتر فرمول‌ها نه همه‌ی فرمول‌ها را می‌توان با یک ماشین حساب قابل برنامه‌ریزی اجرا کرد ولی دسترسی به کامپیوتر قابل برنامه‌ریزی با یک چاپگر و محیط انبارش با ظرفیت بالا برای کاربر مفید خواهد بود.

یادآوری۲- زمان آزمون برای قلم باید از زمان صفر، باشد.

۹-۳ محدودیت‌ها و درستی

این روش‌های اجرایی در صورتی معتبر است که حداقل ده وقوع خرابی مربوط، وجود داشته باشد. بازه‌های اطمینان، تقریبی می‌باشند. سانسور چندگانه در این بند در نظر گرفته نمی‌شود.
MLE برای نمونه‌های بزرگ معتبر است. بازه‌های اطمینان به طور تقریبی برای مجموعه داده‌های متعلق به نمونه‌ی بزرگ، معتبر است. گرچه می‌توانMLE را برای گوناگونی وسیعی از مکانیسم‌های سانسور و تعلیق‌ها بکار برد ولی فقط موارد با سانسور تکی در این جا در نظر گرفته می‌شود.

۹-۴ داده‌های ورودی و خروجی

داده‌هایی که باید تحلیل شود، مشتمل برزمان‌های تا وقوع خرابی اقلام غیر قابل تعمیری است که مورد آزمون قرار داده می‌شوند. این زمان‌های وقوع خرابی باید دقیقاً معلوم شود.

داشتن زمان‌های تا وقوع خرابی همه‌ی قلم‌های تحت آزمون، ضروری نیست چون آزمون را می‌توان قبل از خراب شدن همه‌ی اقلام، متوقف کرد. همه‌ی اقلام باید در شروع آزمون در شرایط عملکردی قرار داشته و آزمون باید برای همه‌ی اقلام قابل بهره‌برداری در یک زمان متوقف شود.

ورودی

- تعداد اقلام مورد آزمون n،
- زمان تا وقوع خرابی برای هر قلمی که خراب شده به ترتیب صعودی: $t_1,t_2,\ldots t_r$،
- سطح منحنی داری γ یا سطح اطمینان $(1-\gamma)$ای که باید مشخص شود.

خروجی

- نکوئی برازش قبول/ مردود
- برآوردهای نقطه‌ای و بازه‌های اطمینان پارامترهای شکل و سنجه η وβ ،
- برآوردهای نقطه‌ای میانگین زمان تا وقوع خرابی،
- حد پائین اطمینان برای زمان مورد انتظاری که در آن ٪۱۰ جامعه، خراب خواهند شد،B10،
- حد پائین اطمینان برای تابع قابلیت اطمینان R(t)،

۹-۵ آزمون نکوئی برازش

مرحله۱- r با زمان‌های تا وقوع خرابی را به ترتیب صعودی، مرتب کنید و لگاریتم طبیعی این زمان‌ها را حساب کنید $\ln(t_1) = x_1,\ln(t_2) = x_2, \ldots, \ln(t_r) = x_r$.

یادآوری۱- $x_1 \le x_2 \le , \ldots, \le x_r$.

مرحله۲- کمیت‌های ℓi را در معادله (۱۵) زیر برای i=1 تا (r-1): حساب کنید،

$$\ell_i = \frac{x_i + 1 - x_i}{\ln\left[\ln\left(\frac{4(n-i-1)+3}{4n+1}\right)\Big/\ln\left(\frac{4(n-i)+3}{4n+1}\right)\right]} \qquad (۱۵)$$

مرحله۳- کمیت $\lfloor H \rfloor$ را با استفاده از معادله(۱۶) و کمیت‌های بدست آمده از مرحله۲، حساب کنید:

$$H = \frac{\sum_{i=\lfloor r/2 \rfloor+1}^{r-1} \frac{\ell_i}{\lfloor (r-1)/2 \rfloor}}{\sum_{i=1}^{\lfloor r/2 \rfloor} \frac{\ell_i}{\lfloor r/2 \rfloor}} \qquad (۱۶)$$

که در این معادله نماد $\lfloor x \rfloor$ بزرگ‌ترین عدد صحیح کوچکتر یا مساوی x را مشخص می‌کند.

مرحله۴- اگر $H \geq F_{\gamma}(2\lfloor(r-1)/2\rfloor 2\lfloor r/2\rfloor)$ باشد و تحلیل جواب ندهد فرضیه این که داده‌ها از توزیع وایبول در γ۱۰۰٪ سطح معنا داری سرچشمه می‌گیرد رد شود.
در غیر این صورت، هیچ دلیلی بر رد کردن ماهیت وایبول زمان‌های وقوع تا خرابی وجود ندارد و تحلیل می‌تواند پیش رود.
مقادیر کسرک تابع توزیع F را می‌توان به طور مثال در جدول۴ ، ISO2854 پیدا کرد.

یادآوری۲- توصیه می‌شود در صورت رد کردن، داده‌های رسم شده برای اختلاط احتمالی جامعه، زمان‌های وقوع خرابی غیر معمول یا ساخته انسانی دیگر مورد بررسی قرار گیرد. این وضعیت‌ها با تکنیک‌هایی که خارج از دامنه‌ی کاربرد این استاندارد است، تحلیل می‌شود.

۹-۶ MEL- برآوردهای نقطه‌ی پارامترهای توزیع β و η

MLE دو پارامتر توزیع وایبول با حل عددی معادله‌ی زیر بدست می‌آید مقدار β که معادله‌ی اول را برآورده می‌کند، MLE برای β است. این مقدار در معادله‌ی دوم بکار می‌رود تا MLE برای η بدست آید.

یادآوری- برنامه‌های معمولی کامپیوتری را می‌توان برای حل معادله بکاربرد تا β را از معادله‌ی (۱۷) بدست آورد.
مرحله‌ی۱- برآورد β را از $\hat{\beta}$ پیدا کنید که در معادله‌ی (۱۷) صدق کند:

$$\left[\frac{\sum_{i=1}^{r} t_i^{\beta}\ln(t_i)+(n-r)T^{\beta}\ln(T)}{\sum_{i=1}^{r} t_i^{\beta}+(n-r)T^{\beta}}-\frac{1}{\beta}\right]-\frac{1}{r}\sum_{i=1}^{r}\ln(t_i)=0 \qquad (۱۷)$$

مرحله‌ی۲- $\hat{\eta}$را با استفاده از معادله (۱۸) و مقدار $\hat{\beta}$ای که در مرحله‌ی ۱ بدست آمده، حساب کنید:

$$\hat{\eta}=\left\{\frac{1}{r}\left[\sum_{i=1}^{r} t_i^{\hat{\beta}}+(n-r)T^{\hat{\beta}}\right]\right\}^{\frac{1}{\hat{\beta}}} \qquad (۱۸)$$

۹-۷ برآورد نقطه‌ای میانگین زمان تا وقوع خرابی

برآورد نقطه‌ای میانگین زمان تا وقوع خرابی، $\hat{m}$، با معادله‌ی(۱۹) محاسبه می‌شود:

$$\hat{m}=\hat{\eta}\Gamma(1+\frac{1}{\hat{\beta}}) \qquad (۱۹)$$

که در این معادله $\hat{\beta}$ و $\hat{m}$ در مراحل ۱ و۲ بند ۹-۶ بدست آمده‌اند و $\Gamma(z)$تابع گامای z است آن طور که در یادآوری۲- تعریف۲-۵۶ ISO3534-1 تعریف شده است.
جدول پ-۱ مقدار $\Gamma(1+1/\beta)$را به عنوان تابع β ارائه می‌کند و برای مقادیر βای که در این جدول فهرست نشده، درون‌یابی خطی قابل قبول است.

یادآوری۱- در مواردی که حد اطمینان کوچکتر β بزرگ‌تر یا مساوی یک است (مورد فرسایش)، فاصله‌ی اطمینان برای η را می‌توان به عنوان یک مقیاس غیر دقیق برای بازه‌ی اطمینان برای میانگین زمان تا وقوع خرابی، بکار برده شود، چون در این موارد، تابع گاما همیشه بین ۰/۸۸ و۱ است.

یادآوری۲- میانگین زمان تا وقوع خرابی (MTTF)، میانگین مقدار تعدادی از زمان‌های تا وقوع خرابی است، ابزارهای قابلیت اطمینان‌ای که برای داده‌های با توزیع نمایی، بکار برده می‌شود (نرخ ثابت لحظه‌ای وقوع خرابی) در صورتی می‌توان برای توزیع وایبول بکار گرفت که β=۱ باشد. بایستی توجه کرد که توزیع وقوع خرابی‌ها به طور معمول، متقارن نیستند.

۹-۸ برآورد نقطه‌ای کسرک (٪۱۰۰) از زمان تا وقوع خرابی

با استفاده از معادله‌ی (۲۰) $\hat{\beta}_{10}$را محاسبه کنید، B10 زمانی است که در آن ٪۱۰ جامعه خراب خواهد شد:

$$\hat{\beta}_{10} = \hat{\eta}\left[\ln\left(\frac{1}{0,9}\right)\right]^{1/\hat{\beta}} \qquad (۲۰)$$

۹-۹ برآورد نقطه‌ی قابلیت اطمینان درزمان t ($t \le T$)

برآورد نقطه‌ای قابلیت اطمینان در زمان t ($t \le T$) با معادله‌ی (۲۱) ارائه می‌شود.

$$\hat{R}(t) = e^{-(t/\hat{\eta})^{\hat{\beta}}} \qquad (۲۱)$$

۹-۱۰ برنامه‌های نرم‌افزاری

بسته‌های نرم‌افزاری آماری و قابلیت اطمینان متعددی وجود دارد که برآوردهای پارامترهای وایبول را با استفاده از روش‌های ترسیمی و/ یا MLE ارائه می‌کند، این بسته‌ها نه تنها برای داده‌های سانسور شده‌ی تکی و چندگانه‌اند بلکه برای داده‌هایی که به طور کلی به علت مکانسیم‌های سانسور و تعلیق‌ها پیچیده هستند هم کاربرد دارد.

۱۰- بازه‌های اطمینان

۱۰-۱ برآورد بازه‌ی β

مرحله‌ی۱- ثابت‌های C،β_1،β_2 را با استفاده از نسبت $q = r/n$و معادله‌های(۲۲)، (۲۳) و(۲۴) محاسبه کنید:

$$C = 2,14628 - 1,361119q \qquad (۲۲)$$

$$\beta_1 = \chi^2_{\gamma/2}[(r-1)C] \qquad (۲۳)$$

$$\beta_2 = \chi^2_{1-\gamma/2}[(r-1)C] \qquad (۲۴)$$

که $\chi^2_P(v)$کسرک p ی توزیع χ^2با درجه‌ی آزادیv است.

از آن جا که عدد درجه‌ی آزادی،(r-1)C ف یک عدد صحیح نیست، کسرک‌های χ^2 بایستی یا با استفاده از برنامه‌ی کامپیوتری یا از طریق درون‌یابی در جدول ISO 2845-۳ یا جدول IEC 60605-4:2001 ، محاسبه شود.

مرحله‌ی۲- ضریب‌های ضرب w_1 و w_2را با استفاده از معادله‌ی (۲۵) و (۲۶)، محاسبه کنید:

$$w_1 = \left[\frac{\beta_1}{rC}\right]^{\frac{1}{1+q^2}} \qquad (۲۵)$$

$$w_1 = \left[\frac{\beta_2}{rC}\right]^{\frac{1}{1+q^2}} \qquad (۲۶)$$

مرحله‌ی۳- ٪۱۰۰(1-γ) بازه‌ی اطمینان بر β را با استفاده از معادله‌ی (۲۷)، محاسبه کنید.

$$(w_1\hat{\beta}, w_2\hat{\beta}) \qquad (۲۷)$$

یادآوری- بازه‌های اطمینانβ را می‌توان برای مقایسه،بکار برد. از آنجا که مقدار ۱< β دال بر فرسایش و مقدار ۱< β ، مرگ و میر کودکی را نشان می‌دهد، بازه‌ی اطمینانβ را می‌توان برای آزمون این فرضیات، بکار برد. برعکس اگر بازه‌ی اطمینانβ شامل ۱=β باشد، اقلام مورد آزمون می‌تواند به جامعه‌ی دارای نرخ ثابت وقوع خرابی، متعلق باشد. یک آزمون رسمی برای نرخ ثابت وقوع خرابی در (۱۰) فراهم آورده شد.

۲-۱۰ برآورد بازه‌ی η

مرحله‌ی۱- ثابت‌هایA4،A5وA6 را با استفاده از نسبت $q = r/n$ و معادله‌های (۲۸)، (۲۹) و (۳۰)، محاسبه کنید:

$$A_4 = 0{,}49q - 0{,}134 + 0{,}622q^{-1} \qquad (۲۸)$$

$$A_5 = 0{,}2445(1{,}78 - q)(2{,}25 + q) \qquad (۲۹)$$

$$A_6 = 0{,}029 - 1{,}083\ln(1{,}325q) \qquad (۳۰)$$

مرحله‌ی۲- اگر آزمون قبل از خراب شدن همه‌ی اقلام متوقف شده، یعنی r<n است مرحله‌ی۲-الف را، اجرا کنید یا اگر همه‌ی زمان‌های وقوع خرابی معلوم هستند مرحله‌ی۲-ب را اجرا کنید.

مرحله‌ی۲-الف- r<n، ثابت‌های A3،d1،d2وA2 با استفاده از معادله‌های (۳۱)، (۳۲)، (۳۳) و (۳۴) محاسبه کنید:

$$A_3 = -A_6x^2 \qquad (۳۱)$$

که x=u(1-γ/2) و u_pکسرک توزیع طبیعی ارائه نشده در جدول پ-۲ است.

$$d_1 = \frac{A_3 + x\sqrt{x^2(A_6^2 - A_4A_5) + rA_4}}{r - A_5x^2} \qquad (۳۲)$$

$$d_2 = \frac{A_3 - x\sqrt{x^2(A_6^2 - A_4A_5) + rA_4}}{r - A_5x^2} \qquad (۳۳)$$

$$A_1 = e^{(-d_1/\hat{\beta})} : A_2 = e^{(-d_2/\hat{\beta})} \qquad (۳۴)$$

مرحله‌ی۲-ب (r=n)- کمیت‌های A3،A1وA2 را با استفاده از معادله‌های (۳۵)،(۳۶)و (۳۷)، محاسبه کنید:

$$d_3 = t_{(1-\gamma/2)}(n-1) \qquad (۳۵)$$

که $t_p(r-1)$ ، کسرکpام توزیع t استیودنت با درجه‌ی آزادی (r-1) و (Single-sided case) [1]

۱-به جدول۲- الف، ISO 2854 رجوع کنید

$$A_1 = e^{\left(\frac{-1,053d_3}{\hat{\beta}\sqrt{n-1}}\right)} \quad (۳۶)$$

$$A_2 = e^{\left(\frac{-1,053d_3}{\hat{\beta}\sqrt{n-1}}\right)} \quad (۳۷)$$

که $\hat{\beta}$ از مرحله‌ی ۱- بند ۹-۶ بدست می‌آید.

مرحله‌ی۳- بازه‌ی اطمینان ٪۱۰۰(γ-۱) را برای η با استفاده از معادله‌ی (۳۸) حساب کنید:

$$A_1\hat{\eta}, A_2\hat{\eta} \quad (۳۸)$$

که $\hat{\eta}$ در مرحله‌ی۲- بند ۹-۶ بدست آمده است.

۱۰-۳ رگرسیون رتبه‌ی میانه، کرانه‌های دو جمله‌ای بتاMRR

استخراج این کرانه‌ها به طور مستقیم به تعیین رتبه‌ی میانه‌ها، وابسته است. کرانه‌ها از توزیع دو جمله‌ای بتا که یک توزیع دو جمله‌ای تعدیل یافته، مطابق توصیف جانسون ۱۴، برای ارزیابی، توزیع بتا است. برای تعلیق‌ها، درون‌یابی در ٪۵ و ٪۹۵ رتبه‌ها، ضروری است. این بازه‌های دو جمله‌ای بتا (پهنای بازه بسیار بزرگ است) در مقایسه با ماتریکس فیشر و روش‌های نسبت درست نمایی، کمی محافظه کارانه است.

روش تبدیل رتبه‌های ٪۵ و ٪۹۵ به فاصله‌ها، فاصله‌های وقوع خرابی را فراهم می‌کند. معادله‌های(۳۹) و (۴۰) زیر به رتبه‌های ٪۵ و ٪۹۵ در پیوست پ خط وایبول مربوط است.

$$t_{i,0,95} = \eta\left[\ln\left(\frac{1}{(1-F_{i(0,95)})}\right)\right]^{\left(\frac{1}{\beta}\right)} \quad (۳۶)$$

$$t_{i,0,05} = \eta\left[\ln\left(\frac{1}{(1-F_{i(0,05)})}\right)\right]^{\left(\frac{1}{\beta}\right)} \quad (۳۷)$$

۱۰-۴ کرانه‌های ماتریکس فیشر

استفاده از کرانه‌های ماتریکس فیشر در برابر رویکرد دو جمله‌ای بتا دارای مزایای مهمی است. برای نمونه‌های سایز متوسط، سطح اطمینان ظاهری، گرچه خوشبینانه، از دو جمله‌ای بتا به سطح الزام شده، نزدیک‌ترند. برای وقوع خرابی ده یا کمتر، کرانه‌ها خیلی خوشبینانه است به مرجع (۲۰) رجوع کنید.

۱۰-۵ حد اطمینان پائین برای B_{10}

حد اطمینان پائین برای B_{10} را با استفاده معادله‌های (۴۱)، (۴۲) و (۴۳)، محاسبه کنید.

$$h_1 = \ln\left[-\ln(0,9)\right] \quad (۴۱)$$

$$\delta_1 = \frac{-A_6 x^2 - rh_1 + x\sqrt{\left(A_2^6 - A_4 A_5\right)x^2 + rA_4 _ 2rh_1 A_6 + rA_5 h_1^2}}{r - x^2 A_5} \qquad (۴۲)$$

که $x = u_\gamma$ کسرکγ توزیع نرمال‌ای است که در جدول ت-۲ داده شده و A_4، A_5و A_6 را مطابق با مرحله‌ی ۱ بند ۱۰-۲، محاسبه کنید.

$$Q_1 = e^{\left(-\frac{\delta_1 + h_1}{\hat{\beta}}\right)} \qquad (۴۳)$$

$$B_{10}\Big| \quad \text{حد پائین‌تر} \quad . = Q_1 \hat{B}_{10} \qquad (۴۴)$$

۱۰-۶ حد اطمینان پائین برای R

حد اطمینان پائین برای R ٪۱۰۰ (۱-γ) را برای قابلیت اطمینان در زمان t حد پائین $|_{-\gamma} R_1$ با استفاده از معادله‌های (۴۵)، (۴۶) و(۴۷) محاسبه کنید.

$$C_1 = \hat{\beta} \ln\left(\frac{\hat{\eta}}{1}\right) \qquad (۴۵)$$

$$A_0 = A_4 + C_1^2 A_5 - 2C_1 A_6 \qquad (۴۶)$$

که A_4، A_5 و A_6 مطابق مرحله‌ی ۱ بند ۱۰-۲ محاسبه می‌شوند.

$$R_{1-\gamma}\Big|_{\ldots\ldots\ldots} = \exp\left(-\exp\left[-C_t + x\sqrt{\frac{A_0}{r}}\right]\right) \qquad (۴۷)$$

که $x = u_\gamma$ کسرک γ توزیع نرمالی است که در جدول پ-۲ ، ارائه شده است.

۱۱- مقایسه‌ی روش‌های برآورد رگرسیون رتبه‌ی میانه (MRR) و برآورد راست نمائی بیشینه (MLE)

۱۱-۱ روش‌های برآورد

مقایسه دگرسیون رتبه‌ی میانه (MRR) با برآورد راست نمائی بیشینه.

۱۱-۲ نمایش ترسیمی

دگرسیون رتبه‌ی، MRR یک نمایش ترسیمی از داده‌ها، فراهم می‌کند. این نمایش ترسیمی در موارد برازش ناچیز نمودار وایبول کمک می‌کند که شناسایی شود، شاید توزیع دیگری بتواند مناسب باشد، آیا بیش از یک نوع وقوع خرابی بر قلم تأثیر گذاشته است، اختلاط انواع وقوع خرابی-ها، مشکل بهر یا دور افتاده‌ها موجود است. MLE یک نمایش ترسیمی از داده‌ها، ارائه نمی‌کند.

۱۱-۳ برآوردهای زندگیB که بعضی از اوقات بنام کسرک‌هایB و L معروف است

دگرسیون رتبه، برآوردهای دقیق‌تری از کسرک‌های «پائین» فراهم می‌کند مثل کسرک B زندگی از نمونه‌های با اندازه‌های کوچک. این زندگی‌های کسرکB پائین و قابلیت اطمینان‌های متناظر بالا،

می‌تواند برای مشکلات ایمنی، وارانتی‌ها، گارانتی‌ها و الزامات قراردادی دارای اهمیت بسیار زیادی باشند.

۱۱-۴ نمونه‌های کوچک

پیش‌بینی وقوع خرابی دگرسیون رتبه معمولاً برای نمونه‌های کوچک، دقیق‌تر است ولی به مقدار زیاد به شکل و عمر توزیع و تعلیق‌ها، وابسته است. ولی به هر حال اگر مجموعه‌ی داده‌ها را در کامپیوتر وارد کنیم، توصیه می‌شود که از MRR و MLE برای نمونه کوچک استفاده شود. در اغلب موارد دو مجموعه‌ی نتایج نسبتاً توافق خوبی برای فراهم آوردن برآوردهایی برای برازش وایبول خوب، خواهد بود.

راهنمایی عمومی برای شناسایی مناسب‌ترین روش در خصوص اندازه‌ی نمونه به قرار زیر است:

- برای نقاط ۲۰ نقاط داده یا کمتر یا بدون زمان سانسور، x روی Y MRR ، مرجع است.
- برای مجموعه داده‌های شامل کمتر از دو نقطه داده، تحلیل وای‌بیز در صورتی مرجع است که از پارامتر شیب β از قبل شناخته شده باشد.
- برای مجموعه داده‌های دیگر، نتایج MRR، MLE بایستی مقایسه شود. نتایج مشابه نزدیک برای برآوردهای MRR، MLE همراه با دگرسیون خوب و مقیاس‌های درست نمایی، تضمین خواهد کرد که داده‌ها بدرستی توسط یک توزیع وایبول، مدل شده‌اند. (مقایسه با سایر مدل‌ها بایستی مورد بررسی قرار گیرد)، ولی یک مغایرت بزرگ بین برآوردهای MRR و MLE ،نشان می‌دهد که داده‌ها به درسی مدل نشده‌اند و ممکن است شامل چندین جامعه باشد. چنین مغایرت‌ها بایستی بیشتر مورد بررسی قرار گیرد.

۱۱-۵ پارامتر شکل β

برای نمونه‌های کوچک، MLE گرایش به اضافه برآورد، پارامتر شکلβ دارد. شیب نمودارهای لگاریتم طبیعی هم دارای اریب همانندی است، شیب تند هنگامی که انحراف استاندارد MLE، پائین برآورد زده شود.

۱۱-۶ بازه‌های اطمینان

براوردهای بازه‌ی نسبت راست نمائی برای MLE، سخت‌گیرانه است، این برآوردها برای نمونه‌های کوچک است. توصیه می‌شود از برآوردهای بازه‌ای پاشنه‌ای برای MRR استفاده شود.

۱۱-۷ وقوع خرابی تکی

MLE می‌تواند راه حلی با یک وقوع خرابی و چند تعلیق به موقع یا دیر هنگام، فراهم کند. توانمندی دارای عدم قطعیت بزرگی است ولی مواقعی وجود دارد که نمی‌توان از آن اجتناب کرد چون اگر βناشناخته باشد تنها راه حل است.

۱۱-۸ سخت‌گیری ریاضی

ایراد ریاضی برای کاربرد دگرسیون با روش حداقل مربعات برای دگرسیون رتبه، وجود دارد. نتایج آن چنان است که گرایش به اضافه وزن دادن به انتهای پائینی خط در مقایسه با انتهای بالایی آن

وجود دارد. ولی به هر حال از آنجا که انتهای پائینی منحنی مورد توجه همه‌ی مهندسان است برای مهندسان قابل قبول و برای آمارگران غیر قابل قبول است.MLE دارای کیفیت‌های جذاب ریاضی است.

۱۱-۹ نمایش نتایج

بهترین راه نمایش نتایج، ساده و مختصر بودن است تا تبادل اطلاعات، بهبود یابد. نمودار دگرسیون رتبه‌ای برای این منظور مرجح است. نمودارهای MLE با نقطه داده‌هایی که با رتبه‌های میانه قرار گرفته‌اند، توصیه نمی‌شود چون می‌تواند اظهار نظر در مورد نا چیز بودن برازش خط وایبول را القا کند.

۱۲- رویکرد وای‌بیز

۱۲-۱ توصیف

در تحلیل وای‌بیز، پارامتر شکلβ، از داده‌های پیشین وقوع خرابی، تجربه قبلی، یا از دانش مهندسی در مورد فیزیک وقوع خرابی، برگرفته شده است. وای‌بیز به عنوان یک تحلیل وایبول با پارامتر شکل β معلوم، تعریف می‌شود. وای‌بیز، یک توزیع وایبول تک پارامتری (η) است، وای‌بیز را می‌توان برای تحلیل مجموعه داده‌های با بدون وقوع خرابی‌ها، می‌توانند دارای تعلیق باشند.

۱۲-۲ روش

β معلوم، معادله (۴۸) را می‌توان با استفاده از روش درست نمایی حداکثر برای تعیین η، ویژگی زندگی بکاربرد،

$$\eta = \left[\sum_{i=1}^{N} \frac{t_i^{\beta}}{r} \right]^{1/\beta} \qquad (۴۸)$$

که

t چرخه‌های زمان

r تعداد اقلام خراب شده

N کل تعداد وقوع خرابی‌ها به اضافه تعلیق‌ها

η برآورد درست نمایی حداکثر برای ویژگی زندگی

با βی مفروض و η محاسبه شده با معادله‌ی (۴۸)، یک توزیع وایبول تعریف می‌شود. یک خط وایبز بر روی کاغذ احتمال وایبول، رسم می‌شود. از نمودار وایبز دقیقاً مانند دیگر نمودارهای وایبول، استفاده می‌شود. برآوردهای زندگی B، پیش‌بینی وقوع خرابی‌ها و قابلیت اطمینان از تحلیل وایبز قابل حصول است.

۱۲-۳ وایبز بدون وقوع خرابی

در خیلی از مسائل وایبول، وقوع خرابی پیش نمی‌آید. برای مثال یک جزئی که دوباره طراحی شده می‌تواند بدون مشاهده‌ی وقوع خرابی، آزمون شود. در این حالت، یک فرض دوم هم ضروری است. مفروض است که اولین وقوع خرابی، قریب‌الوقوع استف یعنی در معادله r=1,0 قرار دهند. از آن جا

که هیچ وقوع خرابی پیش نیامده است، این یک فرض مهندسی محافظه کارانه است، خط وایبز برآورد اطمینان یک طفه‌ی پائین است. یعنی می‌توان با اطمینان ٪۶۳،۲ اظهار کرد که توزیع وایبول واقعی در طرف راست خط وایبز قرار می‌گیرد، اگر فرض β درست باشد.
خط‌های وای‌بیز را می‌توان در همه‌ی سطوح اطمینان با بکارگیری مخرج‌های بزرگ یا کوچک، بدست آورد.

اطمینان	٪۵۰	٪۶۳،۲	٪۹۰	٪۹۵	٪۹۹
مخرج	۰،۶۹۳	۱،۰	۲،۳	۳،۰	۴،۶

۴-۱۲ وای بیز با وقوع خرابی‌ها

هرگاه مخرج بر مبنای وقوع خرابی‌های واقعی قرار داشته، پارامتر سنجهη، یک برآورد MLE است. مشخصه‌ی ارزش‌مند برآوردهای MLE که این است که آن‌ها در تبدیل ناوردا[۱۵] می‌باشند. این بدین معناست که خط وای‌بیز حاصل، زندگی‌های B و برآوردهای قابلیت اطمینان همه برآوردهایMLE می‌باشند. خط وای‌بیز یک برآوردMLE از توزیع وایبول ناشناخته، یک وایبول نامی است.

توزیع‌های وایبول بر مبنای دو یا سه وقوع خرابی دارای عدم قطعیت بزرگند. اگر شناخت خوبی از داده‌های پیشین در مورد β وجود داشته باشد می‌توان با وای‌بیز به بهبود چشم‌گیری دست یافت. وای‌بیز می‌تواند با کاهش دادن آزمون، بدون افت درستی، قیمت را کاهش دهد. کتابخانه‌ی توزیع وایبول یا بانک داده‌ها برای فراهم آوردن، شیب پیشین توزیع وایبول قویاً پیشنهاد می‌شود تا از مزایای تحلیل وای‌بیز استفاده شود.

تمایز بین وقوع خرابی صفر و وای‌بیز با یک وقوع خرابیف ارزش بازنگری را دارا می‌باشد. یک خط وای‌بیز بر مبنای مقدار برآورد شده‌ی β از طراحی اصلی، محاسبه می‌شود. این خط یک بازه‌ی اطمینان یک طرفه‌ی پائین برای وایبول ناشناخته‌ی واقعی است. حال فرض کنید همین مجموعه‌ی داده‌ها یک وقوع خرابی و چهار تعلیق را با خود دارد.

وای‌بیز حاصل با وای‌بیز وقوع خرابی صفر اول، یکسان است ولی تفسیر متفاوت است. با یک وقوع خرابی، وای‌بیز، یک نومینال است، برآورد MLE از توزیع وایبول ناشناخته‌ی واقعی، نه یک بازه‌ی اطمینان. به هر حال یک کرانه‌ی اطمینان برای خط وای‌بیز می‌توان با استفاده از مربع کی بدست آورد (۲۰)

اگر r شماره‌ی وقوع خرابی باشد (۱ ≥) C٪ حد اطمینان پائین برای η با معادله‌ی (۴۹) بدست می‌آید.

$$\eta_c = \eta_{MLE}\left(2r/\chi_C{}^2\left(2r+2\right)\right)^{(1/\beta)} \qquad (۴۹)$$

با استفاده از η_C و β، کرانه‌ی اطمینان پائین بر خط وایبول واقعی، تعریف شده است.

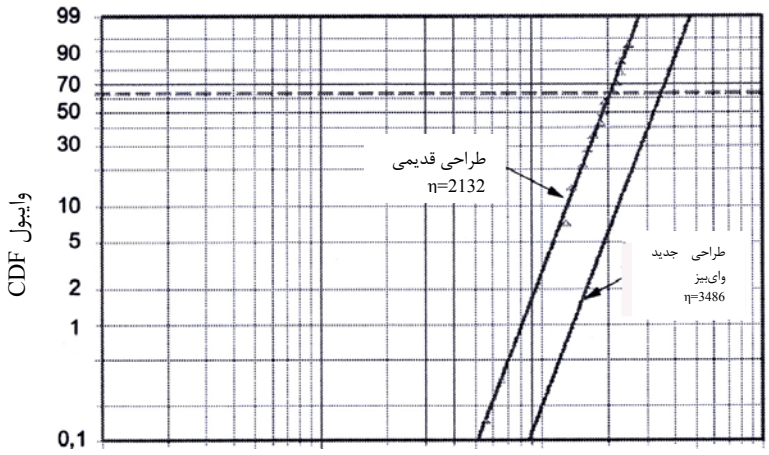
1-Invariable

۵-۱۲ مورد مطالعاتی وای‌بیز

پانزده وقوع خرابی در یک ناوگان بزرگ از موتورهای هواپیما، تجربه شده است، تحلیل وایبول، β را تقریباً ۵،۰ ارائه می‌کند. سه مورد از کمپرسورهایی که تجدید طراحی نشده‌اند در موتور برای ۱۶۰۰ ساعت، ۲۹۰۰ ساعت و ۳۱۰۰ ساعت بدون وقوع خرابی، آزمون شدند. آیا این آزمون برای اثبات این که تجدید طراحی بهتر از طراحی قدیمی است کافی است؟ با فرض اینکه β=۵،۰ باشدو زمان‌ها برای سه واحد تجدید طراحی شده یعنی ویژگی زندگی را بتوان برای راه حل وای‌بیز برآورد زد.

$$n = \left[\frac{(1600)^5 + (2900)^5 + (3100)^5}{1}\right]^{1/5} = 3468h \qquad (۵۰)$$

در شکل ۱۰ خط وای‌بیز رسم شده است. نمی‌توان اظهار کرد که با اطمینان ٪۶۳، توزیع وایبول برای واحد تجدید طراحی شده در طرف راست این خط قرار دارد و از اینرو به طور چشم‌گیری بهتر از قطعات سیاه مواد(BOM)[۱۶] است. ممکن است که طراحی مجدد این نوع وقوع خرابی را حذف کرده باشد ولی این امر نمی‌تواند با این نمونه‌ی داده‌ها، اثبات شود. هر چه وقت بیشتری بر روی این واحدها بدون خرابی بگذرد، خط وای‌بیز بیشتر به سمت راست حرکت می‌کندو تضمین بیشتری وجود دارد که نوع وقوع خرابی حذف شده باشد. فرض شیب در این مورد بر مبنای مدل وقوع خرابی وایبول، مشخص شده است.



شکل۱۰- وای‌بیز طراحی جدید کمپرسور در برابر وای‌بیز طراحی قدیمی

هنگام آزمون اقلام با قابلیت اطمینان بالا، یک تعداد بسیار کوچکی از وقوع خرابی‌ها اغلب مشاهده می‌شود یعنی وقوع خرابی‌های صفر یا درست یک وقوع خرابی. این موضوع برآورد پارامترهای یک توزیع وایبول دو یا سه پارامتری را نا میسر می‌کند.

در مواردی که مقدار β برای نوع وقوع خرابی از آزمون‌های فعلی شناخته شده است. یک برآورد خشن می‌تواند هنوز یا با یک یا صفر وقوع خرابی زده شود. افزون بر این، برآورد بهترین خط از میان تعداد کمی از نقاط را می‌توان در صورتی که مقدار β معلوم باشد، بهبود بخشید. از اطلاعات موجود می‌توان برای برآورد زدن مقدار η، استفاده کرد.

1-Bill-Of-Materials

۱۳- روش مرگ ناگهانی

آزمون مرگ ناگهانی مستلزم زیر گروه‌های کوچکی از اقلام برای آزمون است، مثلاً سه تا هشت قلم، آزمون شامل راه‌اندازی هم زمان همه‌ی اقلام تا وقوع اولین خرابی است. برای یک زیر گروه چهارتایی، این آزمون در یک زمان داده‌هایی در مورد یک وقوع خرابی و سه تعلیق فراهم می‌کند. ممکن است چهار تا ده قلم در هر زیر گروه در طرح مرگ ناگهانی معمولی، آزمون شوند. ده مجموعه‌ی چهارتایی ده وقوع خرابی و سی تعلیق فراهم می‌کند.مرگ ناگهانی توازنی در مقایسه با آزمون همه‌ی اقلام تا وقوع خرابی فراهم می‌کند بدین معنا که افزایش عدم قطعیت در مقابل کاهش ناخالص زمان آزمون. در صنعت یاتاقان برای مثال مرگ ناگهانی با زیر گروه‌های چهارتایی در سطح جهان بکار برده می‌شود و تحلیل یک برآورد از زندگی L۱۶ فراهم می‌کند. در صنایع دیگر، برآوردهایی از زندگی L۱ مرگ ناگهانی، بیشتر رایج است.

روش مرگ ناگهانی برای تعیین زمان تا درصد مشخصی از وقوع خرابی‌ها، بکار برده می‌شود. این نقطه از منحنی وایبول با دقت بالایی تعیین می‌شود در حالیکه بقیه‌ی منحنی وایبول، مخصوصاً شیب نمودار با دقت کمتری با آزمون وایبول معمولی، تعیین می‌شود. مزیت روش مرگ ناگهانی در این است که زمان آزمون کوتاه‌تر از آزمون همه‌ی نمونه‌ها تا وقوع خرابی است.

اغلب اطلاعات مورد نیاز، زمان تا فرسایش است یعنی زمان تا وقوع درصد پائینی، ولی مهم، از خرابی‌ها است. از این عدد به طور گسترده برای اظهار عمر یاتاقان‌ها به اصطلاح L۱۰، استفاده می‌شود که مقدار B۱۰ هم نامیده می‌شود و زمان برآوردی تا وقوع خرابی برای درصدهای دیگر که از نمودار وایبول بدست آمده در جدول۴، ارائه شده است در روش مرگ ناگهانی برای مثال مقدار L۳،۸ (۳،۸٪ خراب شده) را می‌توان برآورد زد. این مقدار را می‌توان به عنوان برآورد محافظه کارانه برای مقدار L۱۰ یا به عنوان بهترین برآورد برای L۳،۸ ، اظهار شود.

روش اجرایی زیر برای برآورد زمان Lx (زمان تا x% وقوع خرابی) بکار برده می‌شود.

الف- تعداد نمونه‌های موجود را به صورت تصادفی بین A زیر گروه هر کدام دارای B جزء تقسیم کنید، مطابق جدول۴،

ب- همه زیر گروه‌ها را آزمون کنید،

پ- زمان تا وقوع اولین خرابی را در هر زیر گروه، ثبت کنید،

ت- به محض وقوع اولین خرابی در زیر گروه معین آزمون آن زیر گروه را متوقف کنید.

ث- زمان تا اولین وقوع خرابی هر زیر گروه را در نمودار وایبول رسم کنید. بقیه اقلام زیر گروه را به عنوان زمان تعلیق در زمان اولین وقوع خرابی محسوب کنید.

ج- زمان مقدار Lx را از نمودار وایبول مثل معمول بخوانید.

یادآوری۱- در این مورد، نقطهLx با دقت بالایی برآورد می‌شود در حالی که منحنی وایبول را می‌توان برای برآورد زمان در صدهای دیگر تا وقوع خرابی همین طور برای شیب منحنی وایبول بکار برد. عدم قطعیت به دلیل وجود تعداد زیاد تعلیق‌ها، بزرگ است. این موضوع مخصوصاً هنگامی مهم می‌شود که زمان تا وقوع خرابی درصدی از منحنی خوانده می‌شود.

یادآوری۲- از زیر گروه‌های چهارتایی اغلب برای آزمون مرگ ناگهانی برای صرفه‌جویی در تجهیزات آزمون استفاده می‌شود.

جدول۴- اندازه‌ی زیر گروه برای برآورد زمان تا x% وقوع خرابی با استفاده از روش ناگهانی

اندازه‌ی زیر گروه B	رتبه‌ی میانه‌ی دقیق برای یک وقوع خرابی	Lx برآورد شده در آزمون
۲	۰/۲۹۲۹	L۳۰
۳	۰/۲۰۶۳	L۲۰
۴	۰/۱۵۹۱	L۱۶
۵	۰/۱۲۹۴	L۱۳
۶	۰/۱۰۹۱	L۱۰
۷	۰/۰۹۴۳	L۹
۸	۰/۰۸۳۰	L۸
۹	۰/۰۷۴۱	L۷
۱۰	۰/۰۶۷۰	L۶
۵۰	۰/۰۱۳۸	L۱
۷۰	۰/۰۰۹۹۴	L۱

مقدار برآوردی Lx در آزمون مرگ ناگهانی به اندازه‌ای قابل اطمینان است که همه‌ی اجزاء یک زیر گروه تا وقوع خرابی، آزمون شده باشد ولی بازه‌ی اطمینان تقریباً ٪۵۰ بزرگ‌تر است. آزمون مرگ ناگهانی را می‌توان خیلی سریع‌تر از ازمون همه‌ی اجزاء تا وقوع خرابی، اجرا کرد. برای مثال برای β=۱، زمان آزمون ٪۲۵ زمان برای آزمون همه‌ی اجزاء تا وقوع خرابی است، مشروط بر آن که زیر گروه‌هایی در پی آزمون شوند. اگر همه‌ی زیر گروه‌ها هم زمان آزمون شوند، زمان لازم تقریباً ٪۷ زمان لازم برای آزمون همه‌ی اجزاء تا وقوع خرابی است.

نسبت زمان‌های آزمون را می‌توان با استفاده از میانگین زمان تا خرابی، برآورد زد. سازندگانی که مرگ ناگهانی را بکار می‌برند زمان آزمون را با ساختن چهارچوب مرگ ناگهانی که همه‌ی زیر گروه‌ها همراه هم آزمون می‌شوند، با بار آزمون یکسان تقلیل می‌دهند.

مثال در جدول زیر داده‌های ۱۲ وقوع خرابی در چرخه‌ها ارائه شده است.

جدول۵- زنجیر داده‌ها- چرخه‌ها تا وقوع خرابی

زیر گروه ۱	زیر گروه۲	زیر گروه۳	زیر گروه۴
تعلیق شده در ۳۶۹۸	تعلیق شده در ۴۶۵۰	تعلیق شده در ۲۳۹۸	در ۲۹۴۵ خراب شده
در ۳۶۹۸ خراب شده	تعلیق شده در ۴۶۵۰	تعلیق شده در ۲۳۹۸	تعلیق شده در ۲۹۴۵
تعلیق شده در ۳۶۹۸	در ۴۶۵۰ خراب شده	در ۲۳۹۸خراب شده	تعلیق شده در ۲۹۴۵

برای آزمون مرگ ناگهانی، رتبه‌ی میانه، ((N+۱)/۱)، برای سه میانه اول ۱/۴ است. زندگی L متناظر، B۲۵ است، برای وایبولی با β=۲/۱۳، به B۲۵ زندگی η۰/۵۵۷ است و نسبت MTTF به η برابر ۰/۸۸۵۸ است. از این رو نسبت زمان آزمون به مرگ ناگهانی (۱۲×۰/۸۸۵۸)/(۴×۰/۵۵۷) یا به طور تقریبی ۰/۲ است. در مقایسه با کرانه‌های اطمینان ماتریس فیتر برای ده مجموعه‌ی سه تایی با وایبول برای همه‌ی وقوع خرابی‌ها در حدود ٪۲۷ افزایش در عدم قطعیت آماری زندگی B۱

در مقایسه با آزمون همه‌ی ۱۲ وقوع خرابی‌ها فراهم می‌کند. این افزایش در عدم قطعیت با کاهش ٪۸۰ زمان آزمون بدست آمده است.

یادآوری۳- داده‌ها را می‌توان با کار بر روی زیر گروه‌ها به عنوان نمونه‌های تکی، تحلیل کرد.

۱۴ توزیع‌های دیگر

اگر X به صورت لگاریتم طبیعی توزیع شده باشد، توزیع X به سمت راست چوله دارد و لگاریتمX به شکل زنگ آشنای توزیع نرمال است.

توزیع‌های لگاریتم طبیعی دارای کاربردهای متعدد است. توزیع اندازه‌های سستی، پارامترهای فرکانس رادیویی (RF) و زمانی تعمیر، مثال‌های معمولی برای این نوع توزیع‌اند. شاید مهم‌ترین (مثال) تباهی پیش‌رونده مانند افت عملکرد، رشد ترک به پاره‌گی و افزایش دامنه‌ی لرزش در صورتی که تغییر با تباهی افزایش پیدا کند.

از جنبه‌ی فیزیکی، توزیع لگاریتم طبیعی فرآیندی را مدل می‌کند که زمان تا وقوع خرابی از ضرب آثار حاصل می‌شود. برای مثال، تباهی می‌تواند، پیش‌رونده باشد یعنی ترک به سرعت با تنش بالا رشد می‌کند چون تنش به طور پیش رونده‌ای مانند رشد ترک، افزایش می‌یابد. در این مورد، نرخ رشد لگاریتم طبیعی است. از طرف دیگر، اگر نرخ رشد در زمان، خطی باشد، مانند نواحی با تنش پائین، توزیع وایبول مناسب‌تر خواهد بود. توزیع لگاریتم طبیعی، کاربردهای فراوانی دارد مانند خواص مواد، درآمد کارکنان، وراثت سپرده‌های بانکی، نرخ رشد ترک‌ها و توزیع اندازه‌های سستی‌ها.

در حالی که توزیع‌های آماری متعددی به غیر از وایبول وجود دارد، توزیع لگاریتمی طبیعی، گزینه‌ی دوم برای تحلیل داده‌های زندگی است. توزیع لگاریتم طبیعی باید در صورتی که اطلاعات پیشین خوبی وجو داشته و بیش از بیست وقوع خرابی وجود داشته باشد، بایستی اولین گزینه باشد. برای مثال خیلی از ویژگی‌های مواد، توزیع لگاریتم طبیعی را اتخاذ می‌کند. زمان تا تدوین و رشد ترک به پارگی اغلب لگاریتم طبیعی هستند. دانش‌ای که فیزیک وقوع خرابی را تباهی پیش رونده نشان می‌دهد هم سرنخی است این داده‌ها می‌تواند لگاریتم طبیعی باشند. بعضی از وقوع خرابی‌های تراشه نیم هادی، لگاریتم طبیعی است. توزیع پارامتر β وایبول تقریباً لگاریتم طبیعی است در حالی که η بیشتر به طور نرمال توزیع نشده است.

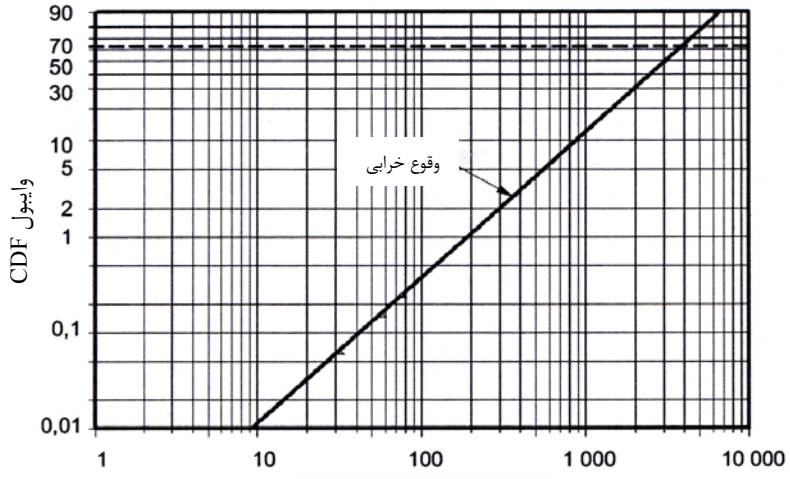
پیوست الف

(اطلاعاتی)

مثال‌ها و مطالعات موردی

الف-۱ وقوع خرابی‌های کوتاه زمان

شکل الف-۱ یک مثال از وقوع خرابی‌های کوتاه زمان قطعه در پمپ روغن است. موتورهای توربین گازی قبل از ارسال برای مشتری آزمون می‌شوند، از آنجا که بیش از ۱۰۰۰ عدد از این موتورها بدون هیچ مسئله‌ای در میدان وجود دارد، مشکل چیست؟ با بررسی پمپ روغن‌های خراب شده پیدا شد که آنها دارای قطعات بزرگ‌تر از معمول بودند. در فرآیند ساخت، چیزهایی تغییر کردند که موجب این مشکل در بهر شدند. قطعات بزرگ‌تر از معمول موجب برخورد با چرخ دنده پمپ و در نتیجه وقوع خرابی شده‌اند. این موضوع تا به یکی از عملیات ماشین‌کاری ردیابی و تصحیح شده. وقوع خرابی کوتاه زمان ممکن است دارای شیبی بزرگ‌تر از یک باشد و فرسایش را نشان دهد ولی بیشتر اوقات با شیبی کوچک‌تر از یک، مرگ و میر کودکی را نشان دهد. وقوع خرابی‌های کوتاه زمان سرنخی برای تغییر در تولید و مونتاژ به دست می‌دهد، خصوصاً هنگامی که قلم‌های بلند زمان موفقی در میدان وجود دارد. اورهال و نگهداری زمان‌بندی شده هم می‌تواند این مشکلات بهر را ایجاد کرده باشد. زمان‌های تا اورهال یا نگهداری هم می‌تواند سرنخی بدست دهد. وجود تعلیق‌های دیر هنگام متعدد هم می‌تواند سرنخی برای مشکل موجود بهر باشد.

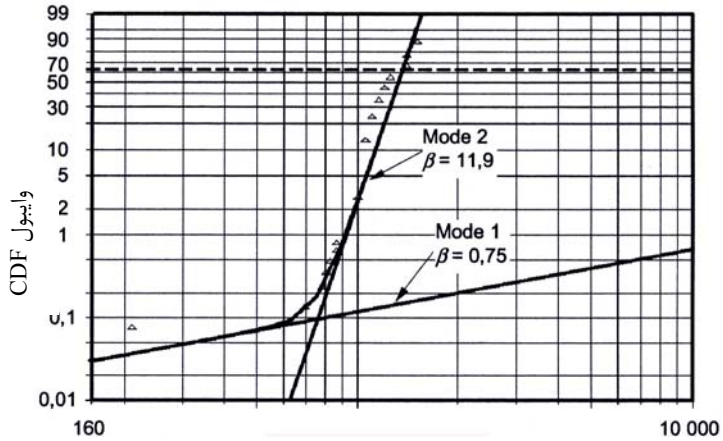


شکل الف-۱ زمان کوتاه پمپ روغن اصلی

الف ۲- شماره‌ی سری نزدیک

همین استدلال را می‌توان برای گروه‌بندی سایز وقوع خرابی خاص گسترش داد. برای مثال اگر اقلام کوتاه زمان، خرابی‌ای نداشته باشد، میان زمان دارای وقوع خرابی‌هایی باشد و بلند زمان وقوع خرابی‌ای نداشته باشد، از این رو مشکل بهر، حدس زده می‌شود. چیزهایی ممکن است در فرآیند ساخت برای دوره‌ی کوتاهی تغییر کرده و سپس به قبل بازگشت کرده باشد. نزدیکی شماره‌ی سری قطعات خراب شده یک مشکل را در بهر خبر می‌دهد. شکل الف-۲ یک مثال اساسی از تغییر فرآیند

است که در میانه‌ی جریان در تولید اتفاق افتاده است. یاتاقان‌ها در پمپ‌های جدید با زمان تا وقوع خرابی افزایش یافته خراب می‌شدند. خرابی‌ها دو دوره‌ی ساعت‌های ۲۰۰ تا ۴۰۰ وقوع می‌یافتند. حداقل ۶۵۰ قلم دارای زمان بالاتری از بالاترین زمان تا وقوع خرابی دارند. این وقوع خرابی‌ها به یک تغییر فرآیند که به عنوان کاهش هزینه‌ی برای ساخت قفسه‌های یاتاقان گنجانده شده بود، ردیابی شد. این مثال یک برازش ناچیز را در یک توزیع وایبول، چون در آن حداقل دو نوع وقوع خرابی موجود است همانطور که در شکل الف-۲ نشان داده می‌شود.

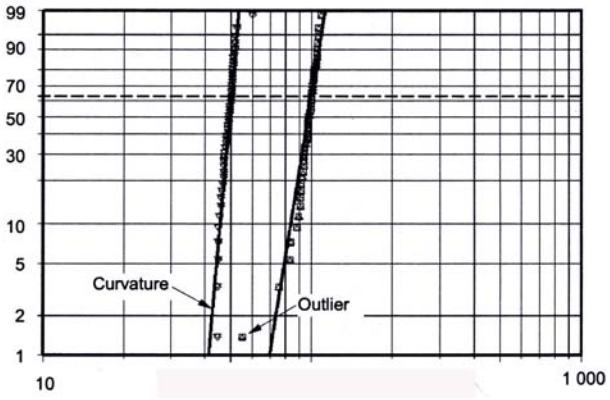


شکل الف-۲ زمان تا وقوع خرابی افزایش یافته‌ی یاتاقان پمپ

الف-۳ تیزی شیب

برای مقدار β بزرگتر از ۴ بایستی احتیاط شود. یک نمودار ممکن است، انحنا، خارج شده‌ها یا پیچ تند و پیامی را که آنها در مورد برازش داده‌ها ارائه می‌کند، مشخص کند. نمودار تیز اغلب داده‌های وایبول نادرست را مخفی می‌کند. همه‌ی پیام از داده‌هایی نظیر، انحناءها، خارج شده‌ها، پیچ‌های تند، گرایش به ناپدید شدن دارند. ظاهراً وایبول‌های خوب ممکن است برازش ناچیزی داشته باشند. مثالی در این مورد در شکل الف-۳ ارائه شده است. اینجا در اولین نظر، به نظر می‌رسد نمودار دارای برازش نکوئی است ولی انحناء و شاید خارج شده وجود دارد.

یادآوری- شیب تند منحنی‌های وایبول به شرطی از نظرگاه مهندسی مرجع است که مقدار η به اندازه‌ی کافی بزرگ باشد.



شکل الف-۳ تیزی مقادیر β مشکلات را میپوشاند

پیوست ب

(اطلاعاتی)

مثال محاسباتی

این مثال به عنوان آزمون استاندارد عددی برای تصدیق درستی برنامه‌های کامپیوتری است که روش‌های اجرایی MRR و MLE این استاندارد را اجرا می‌کنند.

چهل قلم مورد آزمون قرار گرفته‌اند. آزمون در زمان بیست امین وقوع خرابی متوقف شده است. جدول زیر زمان‌های متناظر تا بیست امین وقوع خرابی است.

جدول ب-۱ زمان‌های تا وقوع خرابی

t_1	t_2	t_3	t_4	t_5	t_6	t_7	t_8	t_9	t_{10}	t_{11}	t_{12}	t_{13}	t_{14}	t_{15}	t_{16}	t_{17}	t_{18}	t_{19}	t_{20}
۵	۱۰	۱۷	۳۲	۳۲	۳۳	۳۴	۳۶	۵۴	۵۵	۵۵	۵۸	۵۸	۶۱	۶۴	۶۵	۶۵	۶۶	۶۷	۶۸

مرحله‌ی اول ترسیم داده‌ها مطابق شکل ب-۱ است. توجه کنید که گر چه نکوئی برازش MRR و هم نکوئی برازش MLE ، برازشی قابل قبول‌اند، نمودار اختلاط وایبول دوگانه[1] از دو نوع وقوع خرابی را از خود نشان می‌دهد، شیب کند پس از شیب تند. تحلیل توزیعی‌ای که آزمون نسبت درست نمایی را بکار می‌گیرند، وایبول سه پارامتری را مرجع می‌سازند. تحلیل اختلاط بر مبنای تائید درست نمایی در حداقل دو نوع وقوع خرابی موجود است این امر همیشه مزیت رسم داده‌ها را در برابر تکیه نکردن کامل بر روش‌های تحلیلی، روش می‌سازد.

با بکارگیری روش‌های اجرایی عددی این استاندارد نتایج زیر حاصل می‌شود:

یک آزمون نکوئی برازش بر روی این مجموعه‌ی داده‌ها، در سطح اهمیت ٪۱۰ ، فرضیه‌ی این که این زمان‌های تا وقوع خرابی از یک توزیع وایبول است نمی‌تواند مردود شناخته شود زیرا H=۰/۳۶ و $F_{.,1}(18;20)$=۱/۸۱ است. ضریب تعیین MRR برابر ٪۹۳/۹ است که بزرگتر از ٪۹۰ مقدار بحرانی ٪۹۰/۳ است. هر دو آزمون دلالت بر قابل قبول بودن دارد ولی نه از برازش عالی.

مقادیر MLE/MRR بر β و η بدین قرار است $\hat{\beta} = 2{,}091/1{,}423$ و $\hat{\eta} = 84/113$.

بازه‌های اطمینان ٪۹۰ MLE/MRR بدین قرار است: $[1{,}34/0{,}998 : 2{,}724/2{,}029]$ برای β و $[70/79{,}05 : 108/162{,}4]$برای η .

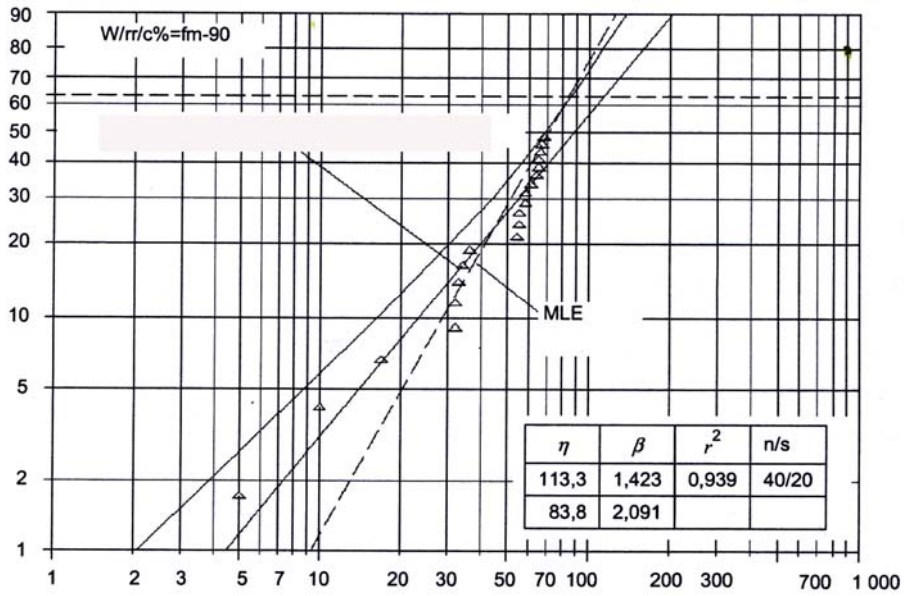
برای MLE/MRR برای B۱۰ بدین قرار است ۲۸،۵۶/۲۸،۶۳ و حد پائین اطمینان برا B۱۰ بدین قرار است ۲۰/۴۳، ۲۳/۲۹ (به شکل ب-۱ رجوع کنید). توجه کنید که مطابق انتظار MLEβ از MRRβ تیزتر است و زندگی MLE B خوشبینانه با زندگی MRR B قابل مقایسه است، حتی در سطح B۱۰. در سطوحی مانند B۱ ، خیلی خوشبینانه‌تر از چیزی است که در جدول ۲ نشان داده شد. توجه کنید که t=۵/۰ تقریباض برابر B۱ است.

مقادیر MLE/MRR برای قابلیت اطمینان و حدود اطمینان پائین ٪۹۰ برای سه مقدار دلخواه t به قرار زیر است:

1-Bi-weibul

جدول ب-۲ خلاصه‌ای از نتایج

t	$\hat{R}(t)$	حد پائین $R_{0,9}$
۰/۵	۹۹/۷/۹۸/۸	۹۸/۵،۹۶/۸
۵۰/۰۰	۰/۷۱	۰/۶۲
۱۰۰/۰۰	۰/۲۳	۰/۱۲



شکل ب-۱ نمودار محاسبات

پیوست پ

(اطلاعاتی)

جدول‌های رتبه‌ی میانه

پ-۱ جدول‌های رتبه‌ی میانه رتبه‌ی ٪۵

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	5,0	2,53	1,70	1,27	1,02	0,85	0,73	0,64	0,57	0,51
2		22,36	13,54	9,76	7,64	6,28	5,34	4,64	4,10	3,68
3			36,84	24,86	18,93	15,32	12,88	11,11	9,77	8,73
4				47,29	34,26	27,13	22,53	19,29	16,88	15,00
5					54,93	41,82	34,13	28,92	25,14	22,24
6						60,70	47,93	40,03	34,49	30,35
7							65,18	52,93	45,04	39,34
8								68,77	57,09	49,31
9									71,69	60,58
10										74,11

	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
1	0,47	0,43	0,39	0,37	0,34	0,32	0,30	0,28	0,27	0,26
2	3,33	3,05	2,81	2,60	2,42	2,27	2,13	2,01	1,90	1,81
3	7,88	7,19	6,60	6,11	5,68	5,31	4,99	4,70	4,45	4,22
4	13,51	12,29	11,27	10,40	9,67	9,03	8,46	7,97	7,53	7,14
5	19,96	18,10	16,57	15,27	14,17	13,21	12,38	11,64	10,99	10,41
6	27,12	24,53	22,40	20,61	19,09	17,78	16,64	15,63	14,75	13,96
7	34,98	31,52	28,70	26,36	24,37	22,67	21,19	19,90	18,75	17,73
8	43,56	39,09	35,48	32,50	30,00	27,86	26,01	24,40	22,97	21,71
9	52,99	47,27	42,74	39,04	35,96	33,34	31,08	29,12	27,39	25,87
10	63,56	56,19	50,54	46,00	42,26	39,10	36,40	34,06	32,01	30,20
11	76,16	66,13	58,99	53,43	48,92	45,17	41,97	39,22	36,81	34,69
12		77,91	68,37	61,46	56,02	51,56	47,81	44,60	41,81	39,36
13			79,42	70,33	63,66	58,34	53,95	50,22	47,00	44,20
14				80,74	72,06	65,62	60,44	56,11	52,42	49,22
15					81,90	73,60	67,38	62,33	58,09	54,44
16						82,93	74,99	68,97	64,06	59,90
17							83,84	76,23	70,42	65,63
18								84,67	77,36	71,74
19									85,41	78,39
20										86,09

	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
1	0,24	0,23	0,22	0,21	0,20	0,20	0,19	0,18	0,18	0,17
2	1,72	1,64	1,57	1,50	1,44	1,38	1,33	1,28	1,24	1,20
3	4,01	3,82	3,65	3,50	3,35	3,22	3,10	2,98	2,88	2,78
4	6,78	6,46	6,17	5,90	5,66	5,43	5,22	5,03	4,85	4,69
5	9,88	9,41	8,98	8,59	8,23	7,90	7,59	7,31	7,05	6,81
6	13,24	12,60	12,02	11,49	11,01	10,56	10,15	9,77	9,42	9,09
7	16,82	15,99	15,25	14,57	13,95	13,38	12,85	12,37	11,92	11,50
8	20,57	19,56	18,63	17,80	17,03	16,33	15,68	15,09	14,53	14,02
9	24,50	23,27	22,16	21,16	20,24	19,40	18,62	17,91	17,25	16,63
10	28,58	27,13	25,82	24,64	23,56	22,57	21,66	20,82	20,05	19,33
11	32,81	31,13	29,61	28,24	26,99	25,84	24,79	23,83	22,93	22,11
12	37,19	35,25	33,51	31,94	30,51	29,21	28,01	26,91	25,89	24,95
13	41,72	39,52	37,54	35,76	34,14	32,66	31,31	30,07	28,93	27,87
14	46,41	43,91	41,68	39,68	37,86	36,21	34,70	33,31	32,03	30,85
15	51,26	48,45	45,95	43,71	41,68	39,84	38,16	36,62	35,20	33,89
16	56,30	53,15	50,36	47,86	45,61	43,57	41,71	40,00	38,44	36,99
17	61,56	58,02	54,90	52,13	49,64	47,38	45,34	43,46	41,75	40,16
18	67,08	63,09	59,61	56,53	53,78	51,30	49,05	47,00	45,12	43,39
19	72,94	68,41	64,51	61,09	58,05	55,32	52,86	50,62	48,57	46,69
20	79,33	74,05	69,64	65,82	62,46	59,46	56,77	54,33	52,10	50,06
21	86,71	80,19	75,08	70,77	67,04	63,74	60,79	58,13	55,71	53,49
22		87,27	80,98	76,02	71,83	68,18	64,94	62,03	59,40	57,01
23			87,79	81,71	76,90	72,81	69,24	66,06	63,20	60,61
24				88,27	82,39	77,71	73,73	70,23	67,11	64,30
25					88,71	83,02	78,47	74,58	71,16	68,10
26						89,12	83,60	79,18	75,39	72,04
27							89,50	84,15	79,84	76,14
28								89,85	84,66	80,47
29									90,19	85,14
30										90,50

پ-۲ جدول‌های رتبه‌ی میانه رتبه‌ی ٪۹۵

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	95,00	77,64	63,16	52,71	45,07	39,30	34,82	31,23	28,31	25,89
2		97,47	86,46	75,14	65,74	58,18	52,07	47,07	42,91	39,42
3			98,30	90,24	81,07	72,87	65,87	59,97	54,96	50,69
4				98,73	92,36	84,68	77,47	71,08	65,51	60,66
5					98,98	93,72	87,12	80,71	74,86	69,65
6						99,15	94,66	88,89	83,12	77,76
7							99,27	95,36	90,23	85,00
8								99,36	95,90	91,27
9									99,43	96,32
10										99,49

	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
1	23,84	22,09	20,58	19,26	18,10	17,07	16,16	15,33	14,59	13,91
2	36,44	33,87	31,63	29,67	27,94	26,40	25,01	23,77	22,64	21,61
3	47,01	43,81	41,01	38,54	36,34	34,38	32,62	31,03	29,58	28,26
4	56,44	52,73	49,46	46,57	43,98	41,66	39,56	37,67	35,94	34,37
5	65,02	60,91	57,26	54,00	51,08	48,44	46,05	43,89	41,91	40,10
6	72,88	68,48	64,52	60,96	57,74	54,83	52,19	49,78	47,58	45,56
7	80,04	75,47	71,30	67,50	64,04	60,90	58,03	55,40	53,00	50,78
8	86,49	81,90	77,60	73,64	70,00	66,66	63,60	60,78	58,19	55,80
9	92,12	87,71	83,43	79,39	75,63	72,14	68,92	65,94	63,19	60,64
10	96,67	92,81	88,73	84,73	80,91	77,33	73,99	70,88	67,99	65,31
11	99,53	96,95	93,40	89,60	85,83	82,22	78,81	75,60	72,61	69,80
12		99,57	97,19	93,89	90,33	86,79	83,36	80,10	77,03	74,13
13			99,61	97,40	94,32	90,97	87,62	84,37	81,25	78,29
14				99,63	97,58	94,69	91,54	88,36	85,25	82,27
15					99,66	97,73	95,01	92,03	89,01	86,04
16						99,68	97,87	95,30	92,47	89,59
17							99,70	97,99	95,55	92,86
18								99,72	98,10	95,78
19									99,73	98,19
20										99,74

	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
1	13,29	12,73	12,21	11,73	11,29	10,88	10,50	10,15	9,81	9,50
2	20,67	19,81	19,02	18,29	17,61	16,98	16,40	15,85	15,34	14,86
3	27,06	25,95	24,92	23,98	23,10	22,29	21,53	20,82	20,16	19,53
4	32,92	31,59	30,36	29,23	28,17	27,19	26,27	25,42	24,61	23,86
5	38,44	36,91	35,49	34,18	32,96	31,82	30,76	29,77	28,84	27,96
6	43,70	41,98	40,39	38,91	37,54	36,26	35,06	33,94	32,89	31,90
7	48,74	46,85	45,10	43,47	41,95	40,54	39,21	37,97	36,80	35,70
8	53,59	51,55	49,64	47,87	46,22	44,68	43,23	41,87	40,60	39,39
9	58,28	56,09	54,05	52,14	50,36	48,70	47,14	45,67	44,29	42,99
10	62,81	60,48	58,32	56,29	54,39	52,62	50,95	49,38	47,90	46,51
11	67,19	64,75	62,46	60,32	58,32	56,43	54,66	53,00	51,43	49,94
12	71,42	68,87	66,49	64,24	62,14	60,16	58,29	56,54	54,88	53,31
13	75,50	72,87	70,39	68,06	65,86	63,79	61,84	60,00	58,25	56,61
14	79,43	76,73	74,18	71,76	69,49	67,34	65,30	63,38	61,56	59,84
15	83,18	80,44	77,84	75,36	73,01	70,79	68,69	66,69	64,80	63,01
16	86,76	84,01	81,37	78,84	76,44	74,16	71,99	69,93	67,97	66,11
17	90,12	87,40	84,75	82,20	79,76	77,43	75,21	73,09	71,07	69,15
18	93,22	90,59	87,98	85,43	82,97	80,60	78,34	76,17	74,11	72,13
19	95,99	93,54	91,02	88,51	86,05	83,67	81,38	79,18	77,07	75,05
20	98,28	96,18	93,83	91,41	88,99	86,62	84,32	82,09	79,95	77,89
21	99,76	98,36	96,35	94,10	91,77	89,44	87,15	84,91	82,75	80,67
22		99,77	98,43	96,50	94,34	92,10	89,85	87,63	85,47	83,37
23			99,78	98,50	96,65	94,57	92,41	90,23	88,08	85,98
24				99,79	98,56	96,78	94,78	92,69	90,58	88,50
25					99,80	98,62	96,90	94,97	92,95	90,91
26						99,80	98,67	97,02	95,15	93,19
27							99,81	98,72	97,12	95,31
28								99,82	98,76	97,22
29									99,82	98,80
30										99,83

پ-۳ جدول‌های رتبه‌ی میانه رتبه‌ی ٪۵

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	50	29,29	20,63	15,91	12,94	10,91	9,43	8,30	7,41	6,70
2		70,71	50,00	38,57	31,38	26,44	22,85	20,11	17,96	16,23
3			79,37	61,43	50,00	42,14	36,41	32,05	28,62	25,86
4				84,09	68,62	57,86	50,00	44,02	39,31	35,51
5					87,06	73,56	63,59	55,98	50,00	45,17
6						89,09	77,15	67,95	60,69	54,83
7							90,57	79,89	71,38	64,49
8								91,70	82,04	74,14
9									92,59	83,77
10										93,30

	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
1	6,11	5,61	5,19	4,83	4,52	4,24	4,00	3,78	3,58	3,41
2	14,80	13,60	12,58	11,70	10,94	10,27	9,68	9,15	8,68	8,25
3	23,58	21,67	20,04	18,65	17,43	16,37	15,42	14,58	13,83	13,15
4	32,38	29,76	27,53	25,61	23,94	22,47	21,18	20,02	18,99	18,05
5	41,19	37,85	35,02	32,58	30,45	28,59	26,94	25,47	24,15	22,97
6	50,00	45,95	42,51	39,54	36,97	34,71	32,70	30,92	29,32	27,88
7	58,81	54,05	50,00	46,51	43,48	40,82	38,47	36,37	34,49	32,80
8	67,62	62,15	57,49	53,49	50,00	46,94	44,23	41,82	39,66	37,71
9	76,42	70,24	64,98	60,46	56,52	53,06	50,00	47,27	44,83	42,63
10	85,20	78,33	72,47	67,42	63,03	59,18	55,77	52,73	50,00	47,54
11	93,89	86,40	79,96	74,39	69,55	65,29	61,53	58,18	55,17	52,46
12		94,39	87,42	81,35	76,06	71,41	67,30	63,63	60,34	57,37
13			94,81	88,30	82,57	77,53	73,06	69,08	65,51	62,29
14				95,17	89,06	83,63	78,82	74,53	70,68	67,20
15					95,48	89,73	84,58	79,98	75,85	72,12
16						95,76	90,32	85,42	81,01	77,03
17							96,00	90,85	86,17	81,95
18								96,22	91,32	86,85
19									96,42	91,75
20										96,59

	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
1	3,25	3,10	2,97	2,85	2,73	2,63	2,53	2,45	2,36	2,28
2	7,86	7,51	7,19	6,90	6,62	6,37	6,14	5,92	5,72	5,53
3	12,53	11,97	11,46	10,99	10,55	10,15	9,78	9,44	9,11	8,81
4	17,21	16,44	15,73	15,09	14,49	13,94	13,43	12,96	12,52	12,10
5	21,89	20,91	20,01	19,19	18,43	17,74	17,09	16,48	15,92	15,40
6	26,57	25,38	24,30	23,30	22,38	21,53	20,74	20,01	19,33	18,69
7	31,26	29,86	28,58	27,41	26,32	25,32	24,40	23,54	22,74	21,99
8	35,94	34,33	32,86	31,51	30,27	29,12	28,06	27,07	26,14	25,28
9	40,63	38,81	37,15	35,62	34,22	32,92	31,71	30,59	29,55	28,58
10	45,31	43,29	41,43	39,73	38,16	36,71	35,37	34,12	32,96	31,87
11	50,00	47,76	45,72	43,84	42,11	40,51	39,03	37,65	36,37	35,17
12	54,69	52,24	50,00	47,95	46,05	44,31	42,68	41,18	39,77	38,46
13	59,37	56,71	54,28	52,05	50,00	48,10	46,34	44,71	43,18	41,76
14	64,06	61,19	58,57	56,16	53,95	51,90	50,00	48,24	46,59	45,06
15	68,74	65,67	62,85	60,27	57,89	55,69	53,66	51,76	50,00	48,35
16	73,43	70,14	67,14	64,38	61,84	59,49	57,32	55,29	53,41	51,65
17	78,11	74,62	71,42	68,49	65,78	63,29	60,97	58,82	56,82	54,94
18	82,79	79,09	75,70	72,59	69,73	67,08	64,63	62,35	60,23	58,24
19	87,47	83,56	79,99	76,70	73,68	70,88	68,29	65,88	63,63	61,54
20	92,14	88,03	84,27	80,81	77,62	74,68	71,94	69,41	67,04	64,83
21	96,75	92,49	88,54	84,91	81,57	78,47	75,60	72,93	70,45	68,13
22		96,90	92,81	89,01	85,51	82,26	79,26	76,46	73,86	71,42
23			97,03	93,10	89,45	86,06	82,91	79,99	77,26	74,72
24				97,15	93,38	89,85	86,57	83,52	80,67	78,01
25					97,27	93,63	90,22	87,04	84,08	81,31
26						97,37	93,86	90,56	87,48	84,60
27							97,47	94,08	90,89	87,90
28								97,55	94,28	91,19
29									97,64	94,47
30										97.72

پ-۴ ایجاد رتبه با استفاده از برنامه‌ی صفحه گسترده

در برنامه‌ی صفحه‌ی گسترده می‌توان رتبه‌ها را با استفاده از تابع زیر ایجاد کرد:

BETAINV (C, J, N-J+1)

که

C سطح اطمینان

J ترتیب رتبه

N اندازه‌ی نمونه

پیوست ت

(اطلاعاتی)

جدول‌های آماری

ت-۱ جدول تابع گاما

جدول ت-۱ همراه با بند ۹-۷ بکار برده می‌شود.

جدول ت-۱ مقادیر تابع گاما

β	$\Gamma(1+1/\beta)$
0,20	120
0,25	24
0,30	9,2603
0,35	5,0295
0,40	3,3233
0,45	2,5055
0,50	2,0000
0,55	1,7024
0,60	1,5045
0,65	1,3603
0,70	1,2657
0,75	1,1906
0,80	1,1330
0,85	1,0878
0,90	1,0522
0,95	1,0238
1,00	1,0000
1,05	0,9808
1,10	0,9649
1,15	0,9517
1,20	0,9406
1,25	0,9314
1,30	0,9236
1,35	0,9169
1,40	0,9114
1,45	0,9067

β	$\Gamma(1+1/\beta)$
1,50	0,902 7
1,55	0,899 4
1,60	0,896 6
1,65	0,894 2
1,70	0,892 2
1,75	0,890 6
1,80	0,889 2
1,85	0,888 2
1,90	0,887 4
1,95	0,886 7
2,00	0,886 2
2,10	0,885 7
2,20	0,885 6
2,30	0,885 9
2,40	0,886 5
2,50	0,887 2
2,60	0,888 2
2,70	0,889 3
2,80	0,890 3
2,90	0,891 7
3,00	0,893 0
3,10	0,894 3
3,20	0,895 6
3,30	0,897 0
3,40	0,898 4
3,50	0,899 7

β	$\Gamma(1+1/\beta)$
3,60	0,9011
3,70	0,9024
3,80	0,9038
3,90	0,9051
4,00	0,9064
4,10	0,9076
4,20	0,9089
4,30	0,9101
4,40	0,9113
4,50	0,9125
4,60	0,9137
4,70	0,9149
4,80	0,9160
4,90	0,9171
5,00	0,9182
5,20	0,9202
5,40	0,9222
5,60	0,9241
5,80	0,9260
6,00	0,9277
6,20	0,9293
6,40	0,9309
6,60	0,9325
6,80	0,9340
7,00	0,9354
8,00	0,9417

ت-۲ کسرک توزیع نرمال

جدول ت-۲ مقادیر کسرک توزیع نرمال up برای مقادیر ساخته شده جاری برای آرگومان p، ارائه می‌کند.

جدول ت-۲ کسرک‌های توزیع نرمال

p	0,010	0,025	0,050	0,100
u_p	2,3263	1,9600	1,6449	1,2816

ضمیمه ث

(اطلاعاتی)

مثال صفحه‌ی گسترده

ث-۱ مثال تحلیل وایبول با استفاده از صفحه‌ی گسترده

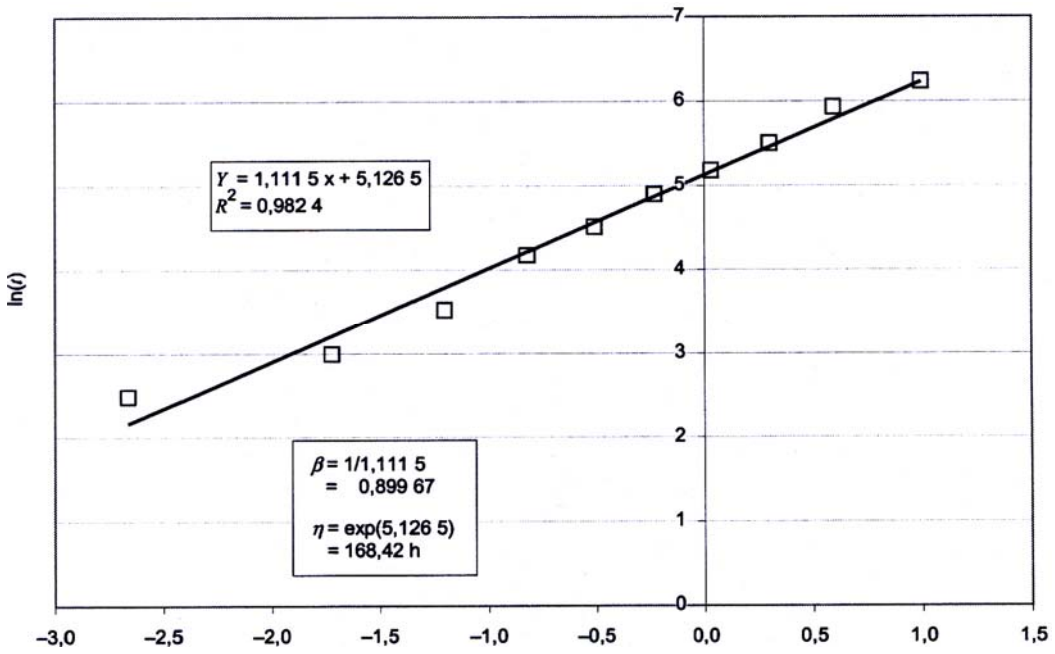
جدول ث-۱ مثال تحلیل عملی

	A	B	C	D	E
1					
2	1	12	0,067 3	2,484 9	-2,663 8
3	2	20	0,163 5	2,995 7	-1,723 3
4	3	34	0,259 6	3,526 4	-1,202 0
5	4	65	0,355 8	4,174 4	-0,821 7
6	5	91	0,451 9	4,510 9	-0,508 6
7	6	134	0,548 1	4,897 8	-0,230 4
8	7	178	0,644 2	5,181 8	0,032 9
9	8	246	0,740 4	5,505 3	0,299 0
10	9	378	0,836 5	5,934 9	0,594 0
11	10	512	0,932 7	6,238 3	0,992 7
12	X را بر روی y دگرسیون کنید چون در t عدم قطعیت بیشتری وجود دارد.			روش جایگزین اگر عدم قطعیت y بیشتر باشد	
13				$y = 0,8839x - 4,5403$	
14	γ=1/11 5×+5/126 5			$R^2 = 0,9824$	
15	R2=0/982 4				-4,540 3
16	تقاطع 5/1265			β	0,883 9
17	β 0/8997			η	170,15
18	η 168.42				

	X on Y (Standard)	$(1/\beta)\ln(-\ln(1-F)) + \ln(\eta) = \ln(t)$	$y = 1,111\,5x - 5,126\,5$	= 1/1,115 = 0,899 7	=exp(5,1265) =168,42
	Y on X (Special)	$\ln(-\ln(1-F)) = \beta\ln(t) - \beta\ln(\eta)$	$y = 0,883\,9x - 4,540\,3$	= 0,883 9	=exp(4,5403/0,8839) = 170,15

خانه‌های سایه دار جدول ث-۱ برای یک نمودار انتخاب شده است. نوع نمودار، پراکنش بدون خطوط است. پس از می‌شوند و گزینش برازندگی زندگی باید معادله‌ی خط برازنده را مشخص کند. خط برازیده باید همراه با مقدار ضریب هم بستگی R^2 در نمودار نشان داده شود. نمودار بدست آمده در شکل ث-۱ نشان داده شده است. نسخه‌برداری معادله از نمودار در برگ داده‌ها برای محاسبه‌ی پارامتر سنجه، همانطور که در انتهای جدول ث-۱ نشان داده شده است، معمول است. از تابع LINEST در مدل صفحه‌ی گسترده می‌توان برای محاسبه‌ی برازش، استفاده کرد.

معمولاض زمان وقوع خرابی دارای عدم قطعیت بیشتری است و تعداد وقوع خرابی‌ها دارای عدم قطعیت کمتری است. دگرسیون حداقل مربعات باید متغیر با عدم قطعیت بیشتر را با متغیر با عدم قطعیت کمتر، دگرسیون کند. نرم‌افزارهای بازاری x را بر روی y دگرسیون می‌کنند در صورتی که در نمودار صفحه‌ی گسترده‌y بر روی x دگرسیون می‌شود. سطرهای پائینی جدول ث-۱ مقایسه‌ای بین این روش است.



شکل ث-۱ نمودار وایبول برای تحلیل ترسیمی

شیب خط در نمودار، پارامتر شکل β و پارامتر سنجه η را مشخص می‌کند. β و η همانطور که در جدول ث-۱ نشان داده شده، محاسبه می‌شوند.

ث-۲ مثالی با استفاده از داده‌های تعلیق شده

داده‌ها سانسور شده یا تعلیق شده را، مخصوصاً اگر زیاد باشند، می‌توان با استفاده از صفحه‌ی گسترده‌ی کامپیوتری تحلیل کرد، این تحلیل بیشتر به همان روشی است که در بخش قبل تحت عنوان تحلیل وایبول با صفحه‌ی گستردهف شنان داده شده است. فقط اختلاف در این است که شماره‌ی ترتیب که برای محاسبه‌ی رتبه‌ی میانه بکار برده می‌شود و قبلاً به عنوان نا مشخص شده، تغییر یافته تا پاسخ‌گوی تعلیق‌هایی باشد که عبارات زیر را بکار می‌برند:

$$i_{t_i} = i_{t_i-1} + m_{t_i}$$

$$m_{t_i} = \frac{(n+1) - i_{t_i-1}}{1 + (n - \text{شماره‌ی اقلام قبلی})}$$

$$F_i(t_i) = \frac{i_{t_i} - 0{,}3}{n + 0{,}4}$$

رابطه‌ی بین دو معادله‌ی بالا $i_{t_i} = i_{t_i-1} + m_{t_i}$ و m_{t_i} از معادله (۷) بند ۷-۲-۳ بدست می‌آید.

جدول‌های ث-۲ و ث-۳ زیر نشان می‌دهد که چگونه می‌توان صفحه‌ی گسترده را برای مجموعه‌ی داده‌های معلوم، ایجاد کرد.

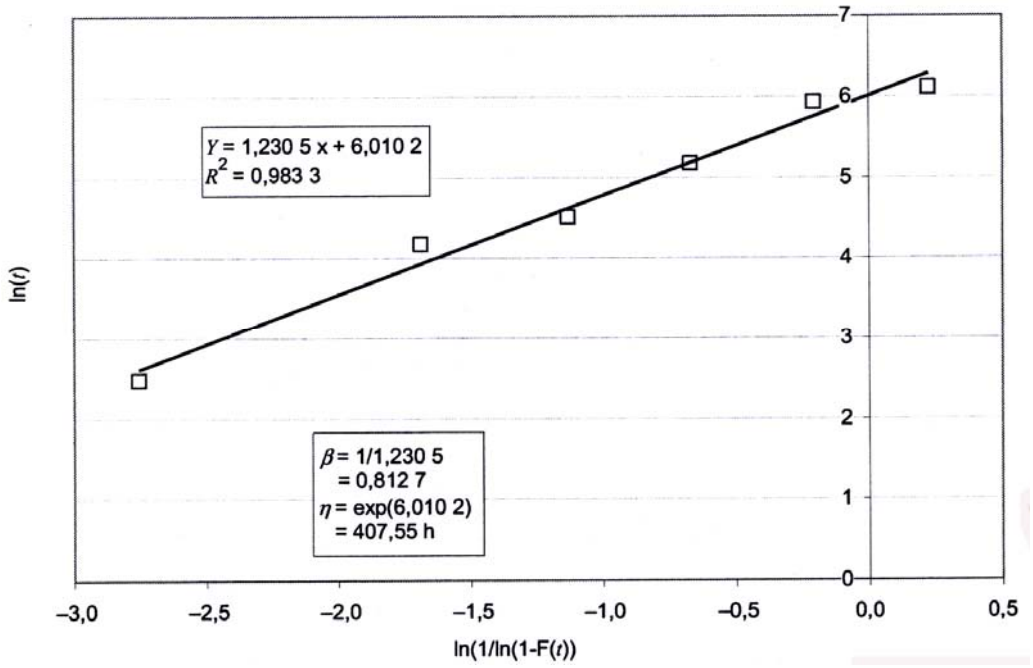
جدول ث-۲ ایجاد صفحه گسترده برای تحلیل داده‌های سانسور شده

	A	B	C	D	E	F	G
1	شماره‌ی رخداد j	شماره‌ی وقوع خرابی وقف داده شده i	زمان رخداد	رخداد	میانه‌ی وقف داده شده F(t) (i-0,3)/(n+o,4)	x	y
2	1	=A2	t_1	F	=(B2-0,3)/($A12+0,4)	ln(C2)	ln{ln[1/(1-E2)]}
3	2		t_2	S			
4	3		t_3	S			
5	4	=B2+((A12+1)-B2)/(1+(A12-A4))	t_4	F	=(B5-0,3)/($A12+0,4)	ln(C5)	ln{ln[1/(1-E5)]}
6	5	=B5+((A12+1)-B5)/(1+(A12-A5))	t_5	F	=(B6-0,3)/($A12+0,4)	ln(C6)	ln{ln[1/(1-E6)]}
7	6		t_6	S			
8	7	=B6+((A12+1)-B6)/(1+(A12-A7))	t_7	F	=(B8-0,3)/($A12+0,4)	ln(C8)	ln{ln[1/(1-E8)]}
9	8		t_8	S			
10	9	=B8+((A12+1)-B8)/(1+(A12-A9))	t_9	F	=(B10-0,3)/($A12+0,4)	ln(C10)	ln{ln[1/(1-E10)]}
11	10	=B10+((A12+1)-B10)/(1+(A12-A10))	t_{10}	F	=(B11-0,3)/($A12+0,4)	ln(C11)	ln{ln[1/(1-E11)]}
12	11		t_{11}	S			

جدول ث-۳ مثالی از تحلیل وایبول برای داده‌های تعلیق شده

	A	B	C	D	E	F	G
1	شماره‌ی رخداد j	شماره‌ی وقوع خرابی i	زمان وقوع خرابی	رخداد	میانه‌ی وقف داده شده F(t) (i-0,3)/(n+o,4)	x	y
2	1	1,000 0	12	F	0,0614	2,484 9	-2,758 8
3	2		20	S			
4	3		34	S			
5	4	2,222 2	65	F	0,168 6	4,174 4	-1,689 2
6	5	3,444 4	91	F	0,275 8	4,510 9	-1,130 9
7	6		134	S			
8	7	4,870 4	178	F	0,400 9	5,181 8	-0,668 8
9	8		246	S			
10	9	6,652 8	378	F	0,557 3	5,934 9	-0,204 8
11	10	8,435 2	450	F	0,713 6	6,109 2	0,223 5
12	11		512	S			
13							
14		y = 1,230 5x + 6,010 2					
15		R^2 = 0,9833					
16		Intercept	6,010 2				
17		β	0,812 7	= 1/1,230 5			
18		η	407,55	= exp(6,010 2)			
19							

نمودار وایبول مثال بالا در شکل ث-۲ نشان داده شده است



شکل ث-۲ نمودار وایبول برای داده‌های سانسور شده

ث-۳ مثال ۱ نمودار خطر

شیوه‌ی مناسب دیگر برای تحلیل داده‌های دارای تعلیق‌ها، رسم تابع خطر انباشته است. نقاط رسم شده با زمان تا وقوغ خرابی متناظرند ولی محاسبه‌ی خطر انباشته پاسخگوی تعلیق‌هاست. این روش به طور قابل توجه‌ای از وفق دادن شماره‌های وقوع خرابی ساده‌تر است ولی نتایج مشابه‌ای تولید می‌کند. IEC 61810-2 چگونگی رسم نمودار خطر را توصیف می‌کند.

صفحه‌ی گسترده‌ی با رسم نمودار خطر پاسخگوی تعلیق‌ها در جدول ث-۴ نشان داده شده است.

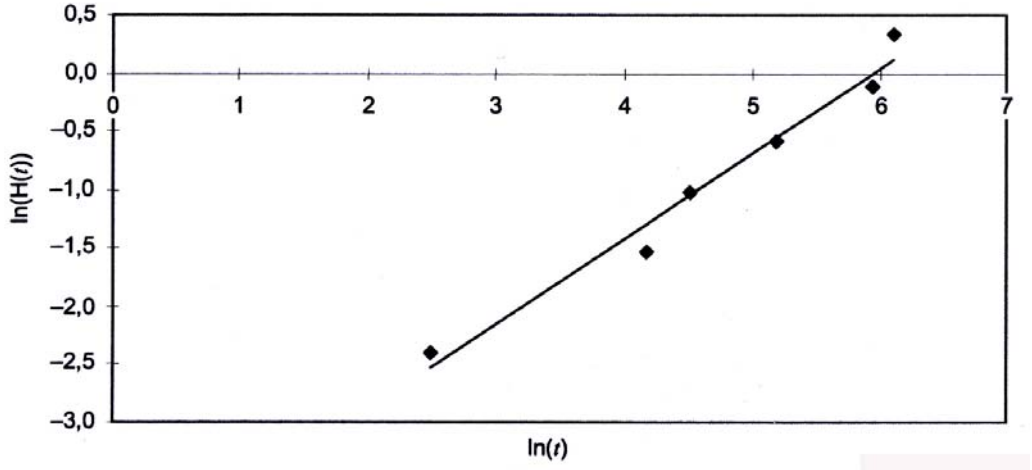
جدول ث-۴ مثالی از کاربرد صفحه‌ی گسترده برای داده‌های سانسور شده

	A	B	C	D	E	F	G	H	I
1	شماره‌ی رخداد i	زمان رخداد t_i	رخداد	رتبه‌ی معکوس	توزیع‌خطر $h(t)$	خطر انباشتی $H(t)$	$\ln(t)$	$\ln(H(t))$	$F(t)$
2	1	t_1	Failed	11	=1/D2	=E2	=LN(B2)	=LN(F2)	=1-EXP(-F2)
3	2	t_2	Censored	10					
4	3	t_3	Censored	9					
5	4	t_4	Failed	8	=1/D5	=F2+E5	=LN(B5)	=LN(F5)	=1-EXP(-F5)
6	5	t_5	Failed	7	=1/D6	=F5+E6	=LN(B6)	=LN(F6)	=1-EXP(-F6)
7	6	t_6	Censored	6					
8	7	t_7	Failed	5	=1/D8	=F6+E8	=LN(B8)	=LN(F8)	=1-EXP(-F8)
9	8	t_8	Censored	4					
10	9	t_9	Failed	3	=1/D10	=F8+E10	=LN(B10)	=LN(F10)	=1-EXP(-F10)
11	10	t_{10}	Failed	2	=1/D11	=F10+E11	=LN(B11)	=LN(F11)	=1-EXP(-F11)
12	11	t_{11}	Censored	1					

جدول ث-۵ مثال صفحه‌ی گسترده

زمان تا وقوع خرابی	شماره	رخداد	رتبه‌ی‌معکوس	توزیع خطر h(t)	خطر انباشته h(t)	ln	ln(H(t))	F(t)
12	1	خراب شده	11	0,091	0,091	2,485	-2,398	0,087
20	2	سانسور شده	10					
34	3	سانسور شده	9					
65	4	خراب شده	8	0,125	0,216	4,174	-1,533	0,194
91	5	خراب شده	7	0,143	0,359	4,511	-1,025	0,301
134	6	سانسور شده	6					
178	7	خراب شده	5	0,200	0,559	5,182	-0,582	0,428
246	8	سانسور شده	4					
378	9	خراب شده	3	0,333	0,892	5,935	-0,114	0,590
450	10	خراب شده	2	0,500	1,392	6,109	0,331	0,751
512	11	سانسور شده	1					

LN (LN لگاریتم طبیعی است) خطر انباشته را در برابر LNزمان که در شکل ث-۳ ارائه شده، رسم کنید.



شکل ث-۳ نمودار خطر انباشته برای داده‌های جدول ث-۴

از تحلیل دگرسیون ln [H(t)] بر روی ln(t)، خط راست برازش شده به داده‌ها به قرار زیر است:

$$\ln[H(t)] = 0{,}729\ln(t) - 4{,}338$$

که R^2=0,937 است. برآورد پارامتر بدین ترتیب است:

$$\beta = 0{,}729$$

و

$$\eta = e^{\left(\frac{4{,}338}{0{,}729}\right)} = 384$$

ث-۴ مثال ۲ رسم نمودار خطر

هم تکنیک رسم نمودار خطر و هم تکنیکی که در بند ۷-۳ توصیف شده می‌تواند مجموعه‌های داده‌های دارای چندین نوع وقوع خرابی را توصیف کند، این گار با پرداختن به انواع وقوع خرابی به غیر آنکه باید به عنوان سانسور شده تحلیل شود، انجام می‌شود. مجموعه داده‌های زیر که

IEC/TC94 فراهم آورده است، نسخه تجربیات قابلیت اطمینان در مورد یک رله است. مقیاس طول عمر با تعداد دفعات کلید زنی اندازه‌گیری می‌شود. این رله دچار دو نوع وقوع خرابی بود جوش خوردن (نوع۱) و فرسایش کنتاکت‌ها (نوع۲).

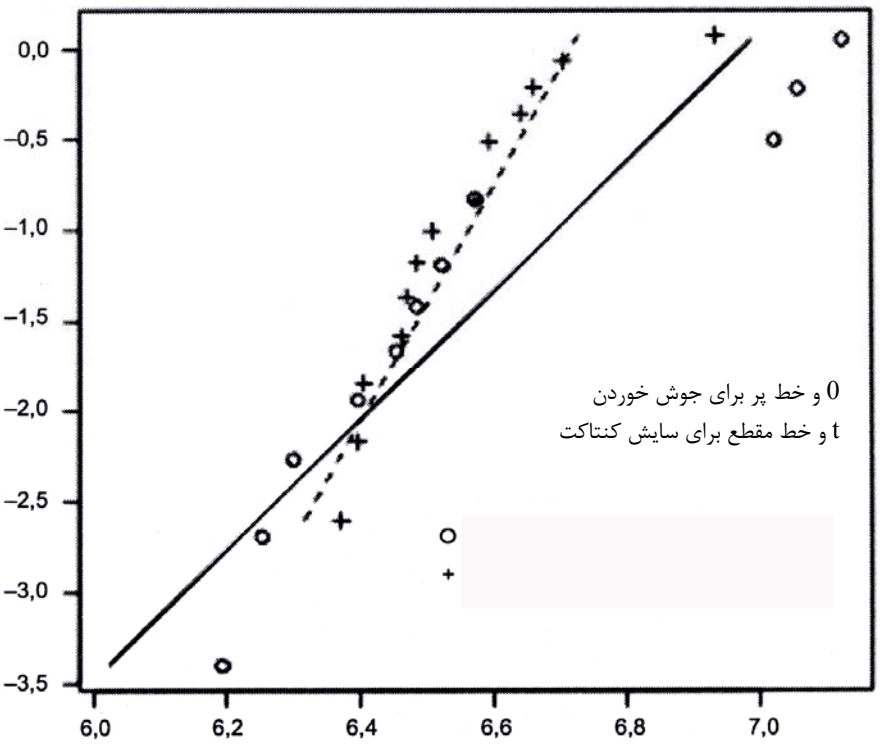
جدول ث-۶ مجموعه داده‌ها همراه با یک مثال برای برآورد

توزیع خطر انباشته برای نوع (۱) وقوع خرابی است. در تحلیل سوابق وقوع خرابی نوع ۱، وقوع خرابی‌های نوع ۲ به عنوان سانسور شده در نظر گرفته می‌شود.

جدول ث-۶ داده‌های رله که ISO/TC94 فراهم آورده و تحلیل خرابی برای وقوع خرابی نوع ۱

زمان‌ها	شماره	رخداد	رتبه‌ی معکوس	توزیع خطر	خطر انباشته	Ln(t)	Ln(H1(t))	F1(t)
984 182	1	Failed - mode 1	30	0,033	0,033	13,800	-3,401	0,033
103 598 9	2	Failed - mode 1	29	0,034	0,068	13,851	-2,691	0,066
108 632 0	3	Failed - mode 1	28	0,036	0,104	13,898	-2,268	0,098
116 708 2	4	Failed - mode 2	27					
116 843 7	5	Failed - mode 2	26					
119 624 3	6	Failed - mode 2	25					
119 895 4	7	Failed - mode 1	24	0,042	0,145	13,997	-1,930	0,135
123 715 8	8	Failed - mode 2	23					
126 636 3	9	Failed - mode 1	22	0,045	0,191	14,052	-1,657	0,174
128 005 4	10	Failed - mode 2	21					
129 248 1	11	Failed - mode 2	20					
130 758 8	12	Failed - mode 1	19	0,053	0,243	14,084	-1,414	0,216
130 857 5	13	Failed - mode 2	18					
134 196 6	14	Failed - mode 2	17					
136 270 8	15	Failed - mode 1	16	0,063	0,306	14,125	-1,185	0,263
142 846 6	16	Failed - mode 1	15	0,067	0,372	14,172	-0,988	0,311
143 192 3	17	Failed - mode 2	14					
143 327 1	18	Failed - mode 1	13	0,077	0,449	14,175	-0,800	0,362
145 822 6	19	Failed - mode 2	12					
146 155 9	20	Failed - mode 2	11					
152 838 6	21	Failed - mode 2	10					
156 312 3	22	Failed - mode 2	9					
162 708 2	23	Failed - mode 2	8					
205 187 7	24	Failed - mode 2	7					
224 022 4	25	Failed - mode 1	6	0,167	0,616	14,622	-0,484	0,460
231 958 5	26	Failed - mode 1	5	0,200	0,816	14,657	-0,203	0,558
247 604 7	27	Failed - mode 1	4	0,250	1,066	14,722	0,064	0,656
248 000 0	28	Censored	3					
248 000 0	29	Censored	2					
248 000 0	30	Censored	1					

تحلیل همانندی بر روی وقوع خرابی نوع۲ انجام شده و نمودارهای حاصل و خطهای برازش در شکل ث-۴ نشان داده شده است.



شکل ث-۴ نمودار خطر انباشته برای جدول ث-۴

پارامترهای برآورد شده به ترتیب عبارتند از $\eta = 825, \beta_2 = 6{,}53, \eta_1 = 1066, \beta_1 = 3{,}59$.

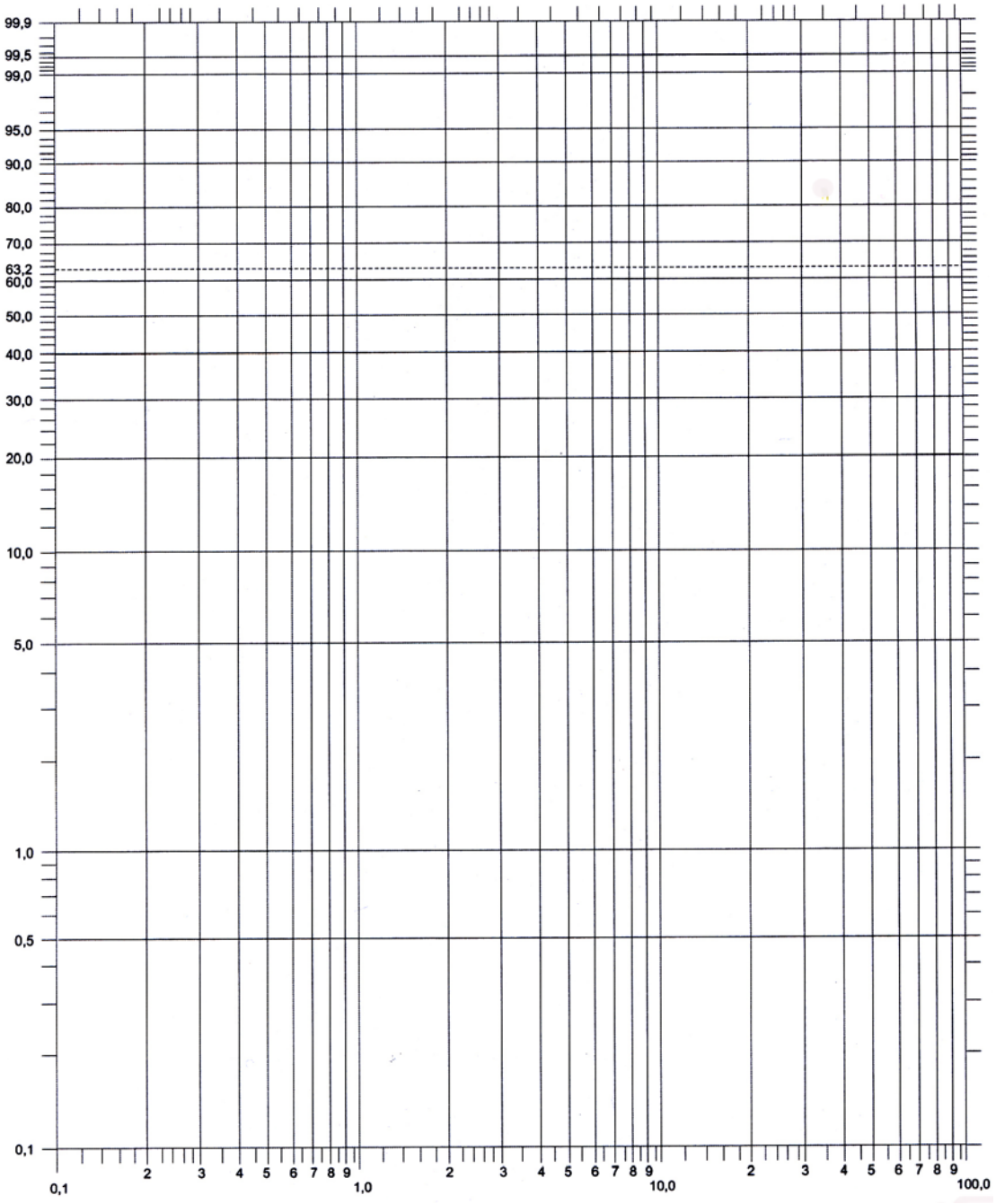
پیوست ج

(اطلاعاتی)

مثالی از کاغذ احتمال وایبول

=اندازه نمونه =بتا کاغذ وایبول

=وقوع خرابی =۱تا (سه چرخه)



شکل ج ۱- کاغذ احتمال وایبول

پیوست چ

(اطلاعاتی)

اختلاط انواع وقوع خرابی‌های مختلف

چ-۱ توصیف

نموداری وایبولی که دارای یک پیچ تند است سر نخی از انواع خرابی‌های چندگانه‌ی رقیب، بدست می‌دهد. مثالی برای این موضوع مشکل در سیستم استارت کمپرسور بود. در امتحان داده‌ها ده تا از ۱۹ وقوع خرابی در یک محل نصب پیش آمد. نتیجه‌گیری شد که موقعیت مکانی این محل سهم مؤثری در مشکل دارد. محل در کنار اقیانوس قرار گرفته و عامل، هوای نمکی بود. با این معلومات مهندسیف داده‌ها برای نمودارهای جداگانه‌ی وایبول طبقه‌بندی شد. وایبول اول شیب ۰/۷۵داشت و این می‌تواند یک مشکل در اثر مرگ و میر کودکی در نظر گرفته شود، در حالی که وایبول محل اقیانوس مکانیسم وقوع خرابی فرسایش در اثر خوردگی تنشی را داشت با β=۱۱/۹ . توجه بیشتر به نگهداری، مشکل را حل کرد .

وایبول‌های دارای پیچ تند به علت اختلاط پیش یکی از نوع‌های وقوع خرابی، ایجاد می‌شوند. به هر حال انواع مختلفی از اختلاط وجود دارد که در این ضمیمه، توصیف می‌شود. برای مثال، وقوع خرابی‌های پمپ سوخت می‌تواند در اثر یاتاقان‌ها ترک‌های محفظه، نشت و غیره باشد. اگر این انواع وقوع خرابی مختلف در یک نمودار وایبول رسم شود، یک یا بیش از یکی از پیچ‌های تند، بدست خواهد آمد. اگر چنین پیش ایدف یک بررسی دقیق‌تر قطعات خراب شده بهترین راه برای مجزا کردن داده‌ها برای انواع وقوع خرابی‌های مختلف است. اگر این کار به درستی انجام شود، وایبول‌های خوب مجزا حاصل خواهد شد. می‌تواند اختلاط‌هایی از انواع و جامعه‌ها شاید بهرها و انواع وقوع خرابی رقیب، وجود داشته باشد. یک یک شیب تند پس از یک شیب کند معمولاً یک مشکل بهر را نشان می‌دهد چون تعدادی «باقی ابدی» وجود دارد که دچار نوع وقوع خرابی نشده‌اند. برای مثال ممکن است عیوبی در تعدادی، ولی نه همه‌ی قطعات وجود داشته باشد. یک مشکل بهر.

همیشه جدا انواع وقوع خرابی براساس تحلیل قطعات (و محیط) و تحلیل آن‌ها به طور جداگانه بر تکیه به روش‌های آماری، ترجیح داده می‌شود.

فرض کنیم یک مجموعه داده‌ها از پنجاه قطعه داریم و .....تای آن‌ها فقط یک نوع وقوع خرابی دارد و سی‌تای بقیه‌ی دارای انواع وقوع خرابی‌های مختلف است. مجموعه‌ی اول بایستی به عنوان بیست وقوع خرابی از(F_1) و .....تعلیق (برای F_2 ، تحلیل شود. مجموعه‌ی دوم سی وقوع خرابی (F_zاز) و بیست تعلیق (برایF_1)، خواهد بود. این دو مجموعه‌ی پارامترها را می‌توانیم سپس برای پیش‌بینی توزیع وقوع خرابی‌های انباشتی، بکار بریم.

هنگامی که قطعه‌ها برای تحلیل فیزیکی موجود نباشند، داده‌ها ممکن است بر مبنای جایگاه نمودار به گروه‌هایی، منشعب شود. این موضوع می‌تواند موجب خطا شود چون یک درصد کوچک از وقوع

خرابی‌های فرسایشی در اوایل زندگی اتفاق خواهد افتاد و درصدی از مرگ و میر کودکی در اواخر زندگی.

حداقل بیست وقوع خرابی برای نتایج قابل انتظار از یک اختلاط از دو نوع وقوع خرابی مورد نیاز است و یا بیشتر وقوع خرابی برای اختلاط‌های دیگر.

یک توصیف مختصر از روش‌های رایج‌تر برای پرداختن به اختلاط‌ها در زیر ارائه شده است:

- p نسبت یا بهر از کل جامعه را که دارای توزیع وقوع خرابی خاص است، نشان می‌دهد (F_1 در اختلاط ساده)

- F_1 ، F_2 و F_3 توزیع‌های وقوع خرابی‌ها را مشخص می‌کند

- R_1 ، R_2 و R_3 توزیع‌های قابلیت اطمینان متناظراند، توزیع‌های وقوع خرابی‌های انباشته جامعه F وRاند.

این توصیف‌ها بدون توصیف شکل توزیع خاص (به طور مثال وایبول، لگاریتم طبیعی، نرمال، نمائی) ارائه شده است. شکل توزیع مناسب نیاز است که جایگزین هر F_n شود.

چ-۲ ریسک‌های رقیب

$$F = 1 - (1 - F_1)(1 - F_2) \qquad (چ-۱)$$

ریسک‌های رقیب هنگامی پیش می‌اید که جامعه دارای دو نوع وقوع خرابی باشد و تمام جامعه در معرض ریسک هر یک از وقوع خرابی‌ها قرار دارد. اگر چه نمودار وایبول این داده‌ها منحنی بنظر می‌رسد ولی اختلاطی از زیر جامعه‌ها نیست بلکه یک جمعیت همگن است. اگر کسی اختلاط را به عنوان اختلاطی از انواع وقوع خرابی‌ها تعریف کند، این مدل هم یک اختلاط است چون انواع وقوع خرابی‌های مختلف موجود است.

یادآوری- این به طور ساده یک مشکل قابلیت اطمینان سری است:

$R=R_1-R_2$

یک مثال برای ریسک‌های رقیب یک جزء ASIC در کپسول بندی پلاستیکی با اتصالات لحیمی BGA میکرو است. ASIC می‌تواند از طریق اشاعه‌ی ترک در گوی‌های لحیمی یا نفوذ رطوبت در داخل پلاستیک، خراب شود. این دو نوع وقوع خرابی نا وابسته از یکدیگر ولی برای خراب کردن ASIC با هم رقابت می‌کنند.

چ-۳ اختلاط ساده

$$F = p[1 - (1 - F_1)(1 - F_2)] + (1 - p)F_2 \qquad (چ-۲)$$

این اختلاطی از دو زیر جامعه است که هیچ نوع وقوع خرابی مشترکی ندارند. هر کدام از زیر جامعه‌ها دارای انواع وقوع خرابی‌ها منحصر به فرد خودش می‌باشد.

اگر چه به عنوان یک اختلاط ساده فهرست شده، کاربردهای بسیار کمی وجود دارد که واقعاً با این مدل برازش دارد. بیشتر اختلاط‌ها حداقل یک نوع وقوع خرابی مشترک دارند، مثل اختلاط ریسک رقیب که در بند ج-۴ توصیف شده است. یک مثال می‌تواند گوی‌های لحیمی BGA میکرو از

ASIC باشد. بعضی از گوی‌های لحیمی دارای یک یا دو حفره خالی‌اند. ترکی که به حفره برسد، در مقایسه با گوی لحیمی که ترک باید در سراسر طول لحیم اشاعه پیدا کند، طول عمر را به طور چشم‌گیری کاهش می‌دهد.

چ-۴ اختلاط ریسک رقیب

$$F = p[1-(1-F_1)(1-F_2)]+(1+p)F_2 \qquad (۳-چ)$$

اکثر اختلاط زیر جامعه‌ها، اختلاط ریسک رقیب‌اند. حداقل یک نوع وقوع خرابی(F_1) منحصر به فرد برای یک زیر جامعه است ویک نوه وقوع خرابی (F_2) که برای دو زیر جامعه، مشترک است.

در این مورد، یک زیر جامعه دچار وقوع خرابی نوع ۱ و۲ شده همانطور که با قسمت داخل کروشه نشان داده شده است [ ]. این زیر جامعه در خود دارای ریسک رقیب است. به عنوان مثال یک حلقه‌ی لاستیک ماشین می‌تواند به علت اینکه دیگر گرد نیست، لمبر بزند(F_1) ولی لاستیک می‌تواند پنچرهم بشود.

در هر دو وضعیت، لاستیک‌ها در داخل مشخصات گرد بودن قرار داشته و آن لاستیکی که لمبر می‌زند می‌تواند پنچر هم بشود. بدین ترتیب، پنجره شدن(F_z) برای رفتن پیش فروشنده‌ای برای عوض کردن لاستیک لمبرزن هم امکان‌پذیر است.

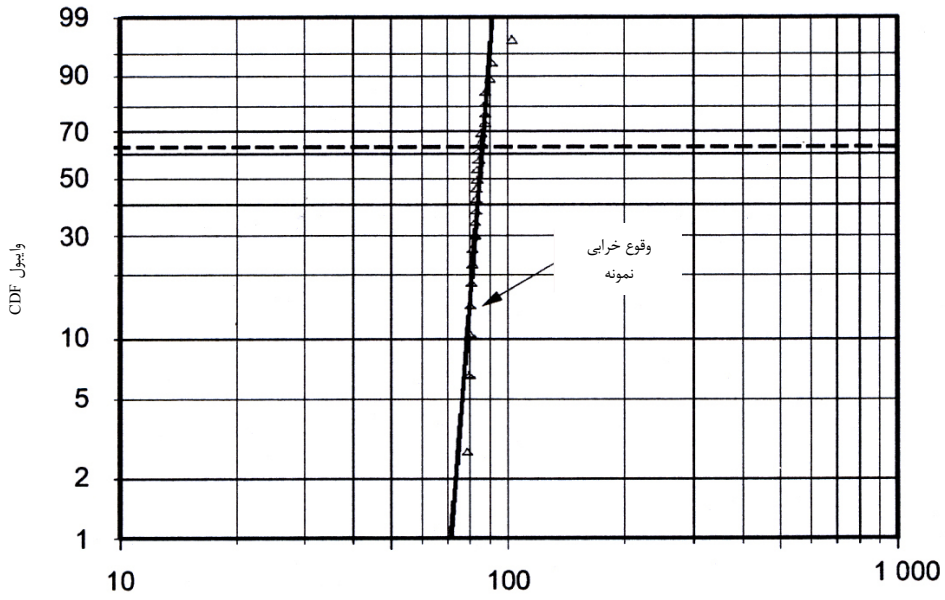
اختلاط‌های بیش سه نوع وقوع خرابی دارای برازش بهتری‌اند، پیچ تند ناپدید شده و β به سمت یک میل می‌کند. از این رو وایبول برای یک سیستم یا یک جزء دارای نوع‌های متعدد اختلاط با همدیگر به سمتβ مساوی یک میل می‌کند. از این وایبول اگر راهی برای طبقه‌بندی داده‌ها به نوع‌های وقوع خرابی مجزا و دقیق‌تری وجود داشته باشد، نبایستی از این وایبول استفاده کرد. استفاده از وایبول با اختلاط‌های دارای انواع وقوع خرابی معادل فرض کردن اعتبار داشتن توزیع نمائی است. نتایج نمائی اغلب گمراه کننده است و با وجود این یک رویه جاری است.

پیوست ح

(اطلاعاتی)

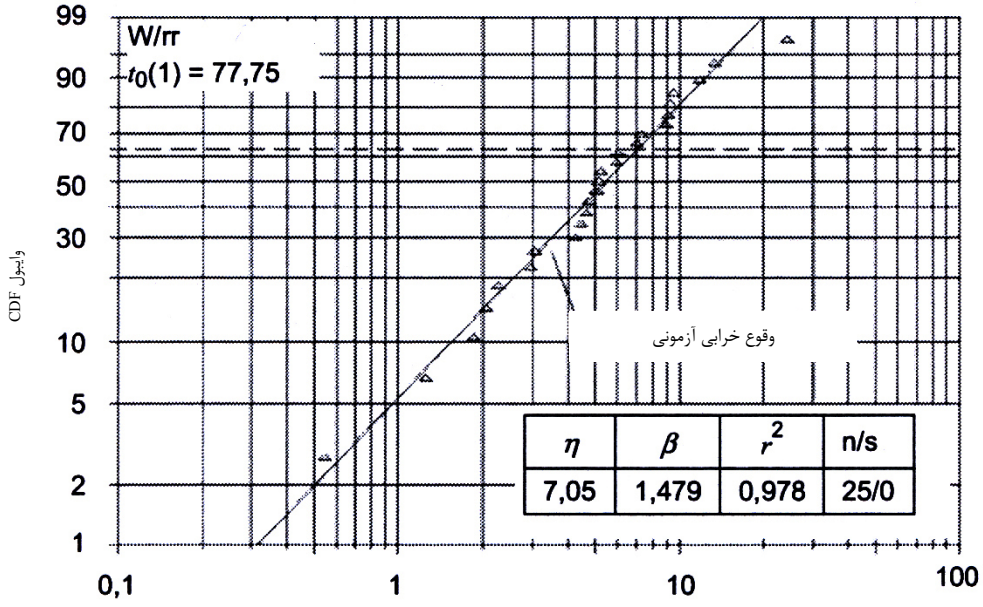
مثالی از وایبول سه پارامتری

ح-۱ شکل ح-۱ یک مثالی معمولی برای توزیع وایبول سه پارامتری با استفاده از استقامت پارگی صفحه‌ی فولادی به عنوان داده‌های مورد علاقه است (به شکل ح-۲ برای اثر جا به جایی t_0 ، رجوع کنید). دلایلی احتمالی متعددی برای جا به جایی مبدأ وجود دارد. سازنده ممکن است زمان یا مسافت طی شده‌ای در مورد سیستم به عنوان بخشی از پذیرش محصول کرده باشد ولی اقلام را به عنوان «صفر زمان»[1] گزارش کرده باشد. مقصود پذیرش تولید، حذف وقوع خرابی‌های مرگ و میر کودکی است. اجزاء الکترونیکی ممکن است به همین مقصود در معرض سوختن یا غربالش تنش محیطی قرار گیرد. در این موارد، اقلام قبل از تحویل به عنوان سیستم صفر زمان، پیر شده‌اند. قطعات یدکی مثل لاستیک، مواد شیمیایی و یاتاقان‌ها ممکن است پیر شده و قسمتی از زندگی-شان در قفسه، مصرف شود، این اقلام یک t_0 منفی لازم دارند. برای خواص مواد که محور افق، تنش یا .....برای پارگی یا خزش یا خواص دیگر ایجاد وقوع خرابی نزدیک مبدأ در سنجه، غیر ممکن است.



شکل ح-۱ استقامت پارگی فولاد – داده‌های منحنی

1-Zero time



شکل ح-۲ t_0 ، برازش داده‌های ح-۱ را بهبود می‌بخشد

بنابراین دلایل و دیگر دلیل‌ها، نمودار وایبول ممکن است منحنی باشد و نیاز به جایی از منشاء صفر به t_0 داشته باشد.

همانطور که در معادله‌ی (ج-۱) نشان داده شده است، سه پارامتر t_0، β و η در تابع توزیع انباشته‌ی وایبول وجود دارند.

$$F(t) = 1 - e^{-((t-t_0)/\eta)^{\beta}}$$

که در این معادله

t زمان تا وقوع خرابی

t_0 نقطه‌ی آغاز یا منشاء توزیع است

اگر اصلاح t_0 به داده‌ها اعمال شود نمودار حاصل، در صورتی که اصلاح مناسب باشد، یک خط راست خواهد بود. شکل ح-۲ داده‌های پاره‌گی شکل ح-۱ با تصحیح t0، نشان می‌دهد. توجه کنید که محورهای عمودی مقیاس وایبول و عمر ویژه اکنون در حوزه t0 قرار دارند. برای بازگشت به زمان واقعی دوباره t0را اضافه کنید.

پیوست خ

(اطلاعاتی)

ترسیم کاغذ وایبول

خ-۱ کاغذ ترسیم نمودار احتمال وایبول

همه‌ی کاغذهای احتمال دارای مقیاس‌هایی‌اند که تابع توزیع انباشته را به یک خط راست تبدیل می‌کند. اگر داده‌ها برروی مقیاس تبدیل شده رسم شوند و در صورتی که با یک خط راست انطباق داشته باشند، استدلال این که توزیع مناسب است، پشتیبانی می‌شود.

کاغذ رسم وایبول را می‌توان با استفاده از تبدیلی که در پاراگراف‌بندی توصیف می‌شود، ترسیم کرد. به صورت ریاضی می‌توان توزیع وایبولرا برابر معادله‌ی (ح-۱) نشان داد.

$$F(t) = 1 - e^{-(t/\eta)^{\beta}} \qquad \text{(خ-۱)}$$

که $F(t)$ کسر انباشته‌ی اقلامی که در یک زمان t خراب خواهند شد، تعریف می‌کند. کسری از اقلام که تا زمان t خراب نشده‌اند $1\text{-}F(t)$ است این را می‌توان مانند معادله (خ-۲) نوشت:

$$\frac{1}{1 - F(t)} = e^{(t/n)^{\beta}} \qquad \text{(خ-۲)}$$

اگر از دو طرف دو بار لگاریتم طبیعی بگیریم (لگاریتم دهدهی را هم می‌توانیم بکار بندیم). یک معادله خط راست برابر معادله خ-۳ زیر بدست می‌آید:

$$\ln\left[\ln\left[\frac{1}{1 - F(t)}\right]\right] = \beta \ln(t) - \beta \ln(n) \qquad \text{(خ-۳)}$$

معادله‌ی بالا یک خط راست است به شکل $y=mx+c$ است. کاغذ وایبول با ترسیم احتمال انباشته‌ی وقوع خرابی با استفاده از $\log\text{-}\log$ معکوس مقیاس در برابر t برروی یک مقیاس لگاریتمی، بدست می‌آید. شیب خط راستی که به این شیوه ترسیم شده پارامتر شکل β است. آنطور که در معادله‌ی (خ-۴) نشان داده می‌شود:

$$\gamma = \ln\left[\ln\right)\frac{1}{1 - F(t)}\right]$$
$$m = \beta \qquad \text{(خ-۴)}$$
$$x = \ln(t)$$
$$c = -\beta.\ln(\eta)$$

سپس پارامتر سنجه از تقاطع (مقدار γ برای $x = \ln(t) = 0$ یعنی برای $t=1$) همانطور که در معادله (خ-۵) نشان دادهشده، محاسبه می‌شود:

$$\eta = e^{-\frac{\text{int}\,ercept}{\beta}} \qquad \text{(خ-۵)}$$

جدول خ-۱ ترسیم محور افقی

F(*t*)	lnln(1/(1 - F(*t*)))	Col 2 Value + 6,91
0,001	–6,91	0
0,010	–4,60	2,31
0,1	–2,25	4,66
0,5	–0,37	6,54
0,9	0,83	7,74
0,99	1,53	8,44
0,999	1,93	8,84

جدول خ-۲ ترسیم محور عمودی

t h	ln(*t*)
1	0
2	0,69
3	1,10
4	1,39
5	1,61
10	2,30
15	2,71
20	3,00
100	4,61
1 000	6,91

پارامترβ وایبول با اندازه‌گیری شیب خط در نمودار یا کاغذ وایبول براورد می‌شود.

MRR تکنیکی است که رتبه‌ی میانه را به عنوان جایگاه نمودار و دگرسیون حداقل مربعات را در کاغذ وایبول به عنوان معیار برازش، ترکیب می‌کند.

خ-۲ استفاده از صفحه‌ی گسترده برای ترسیم کاغذ وایبول تحلیل وایبول را می‌توان با استفاده از نرم‌افزا کامپیوتری صفحه گسترده‌ی کامپیوتری به شیوه‌ای شبیه ترسیم کاغذ احتمال، ترسیم کرد. در اینجا کاغذ برای ترسیم دستی آماده نیست ولی نمودار داده‌ها را به شیوه‌ای که مناسب برای تعیین پارامترهای وایبول، با استفاده از دگرسیون خطی است، عرضه می‌کند.

جدول خ-۳ مفاد داده‌هایی که در صفحه‌ی گسترده وارد شده

شماره‌ی وقوع خرابی i	زمان وقوع خرابی t_i	رتبه‌ی میانه $F_i(t)$ $(i - 0,3)/(n+0,4)$	x_i	y_i
1	t_1	(1-0,3)/(n+0,4)	$\ln(t_1)$	$\ln\{\ln[1/(1-F_1(t)]]\}$
2	t_2	(2-0,3)/(n +0,4)	$\ln(t_2)$	$\ln\{\ln[1/(1-F_2(t)]]\}$
3	t_3	(3-0,3)/(n +0,4)	$\ln(t_3)$	$\ln\{\ln[1/(1-F_3(t)]]\}$
4	t_4	(4-0,3)/(n+0,4)	$\ln(t_4)$	$\ln\{\ln[1/(1-F_4(t)]]\}$
.	.	.	.	
.	.	.	.	
i	t_i	(i-0,3)/(n+0,4)	$\ln(t_i)$	$\ln\{\ln[1/(1-F_i(t)]]\}$
.	.	.	.	
.	.	.	.	
n	t_n	(n-0,3)/(n+0,4)	$\ln(t_n)$	$\ln\{\ln[1/(1-F_n(t)]]\}$

یک مثال عملی در پیوست ت نشان داده شده است.

خ-۳ نرم‌افزاری تجاری

نرم‌افزار تجاری هم برای تحلیل و هم رسم وایبول موجود است.

پیوست د

(اطلاعاتی)

پیشینه‌ی فنی و مراجع

پیوست د اطلاعاتی در مورد منشاء روش‌های اجرایی بند ۹ این استاندارد ارائه می‌کند. مراجعی که از آنها نقل قول شده در بند د-۵ فهرست شده‌اند.

د-۱ آزمون نکوئی برازش

این آزمون (۱۹۷۳) Mann- Scheuer- Fertig است که بدین شکل توسط (۱۹۸۲)Lawless ارائه شده است. مقادیر مورد انتظار از Standard extreme value order statitics لازم برای محاسبه‌ی ℓ_i در بند ۹-۵ تعریف شده آنطور که (۱۹۵۸) Blom پیشنهاد کرده است.

این آزمون نشان داد که دارای توانی قابل مقایسه با آزمون (۱۹۸۷) Brain و Shapiro و آزمون Tiku که (۱۹۸۷)Lowless توصیف کرده است، می‌باشد. مورد آخر کمی بهتر از همه‌ی آزمون‌های توزیع تجربی موجود است. علاوه بر آزمون Mann- Scheuer- Fertig می‌تواند به نمونه‌های سانسور شده هم بپردازد.

د-۲ پیشینه راست نمائی برآوردهای β و η

معادلات همان معادلاتی‌اند که معمولاً برای نمونه‌هایی که تکی سانسور شده‌اند. در حال حاضر این معادلات رایج‌ترین تکنیک‌ها برای بدست آوردن پارامترهای وایبول هستند. آن شکلی که در این استاندارد ارائه شد، همان شکل متعلق به (۱۹۷۴) sing pur walla و shaefer ، Mann است. از آنجا که روش اجرایی عددی این استاندارد فقط برای اندازه‌ی نمونه‌ی بزرگ‌تر از ۱۰ بکار می‌رود، اریب آماری کوچک است.

د-۳ بازه‌ی اطمینان و حدود اطمینان پایش

راه حل پذیرفته شده برای نمونه‌های کامل (۱۹۸۱) Engel hardt و Bain و برای نمونه‌های سانسور شده (۱۹۸۶) Engel hardt و Bain است. این مراجع دارای ضریب تأثیری است که با روش‌های Monte caslo تولید می‌شود و تقریب‌های مجانبی را برای وفق دادن نتایج بکار می‌برد. بعضی از توابع خطی و غیر خطی به این جداول برازیده شده که نیاز به جدول‌های کمکی منتفی شده است. این تفاوت‌ها در همه‌ی موارد بسیار کوچک است (٪۱~) .

یک جایگزین بکارگیری روش‌های شرطی (۱۹۷۸) Lawless است ولی این راه حل گرچه از جنبه‌ی نظری جذاب‌تر است به روش‌های اجرایی خیلی پیچیده‌تری می‌انجامد که مستلزم انتگرال‌گیری عدد گسترده‌ای است.

د-۴ درستی روش‌های اجرایی استاندارد شده

روش‌های اجرایی این استاندارد با نتایج منتشر شده‌ای که با بکارگرفتن تکنیک‌های یکسان و مختلف بدست آمده، مقایسه شده است. همه‌ی مثال‌های تحلیل شده دارای همان برآوردهای راست

نمائی پیشینه هستند. تنها اختلاف بازه‌ی اطمینان و حدود پائین‌تر است. ذیلاً جمع‌بندی این مقایسه‌ها ارائه می‌شود.

د-۴-۱ Engel hardt و Bain (۱۹۸۶)

از آنجا که این تکنیک منشاء روش اجرایی استاندارد شده است، نیاز به مقایسه‌ای نتایج می‌تواند مورد سؤال باشد. نکته‌ی جالب در مقایسه، درستی توزیع تقریب کننده‌ی در این استاندارد است. مقایسه به ترتیب زیر است:

	Engelhardt و Bain	روش اجرایی استاندارد شده
٪۹۰ بازه‌ی اطمینان برای β	[۱/۳۴ ؛ ۲/۷۳]	[۱/۳۴ ؛ ۲/۷۴]
٪۹۰ بازه‌ی اطمینان برای η	[۷۰/۷ ؛ ۱۰۵/۹]	[۷۰ ؛ ۱۰۸]
R۰/۹ (t=۳۲/۴۶)	۰/۸۰۱	۰/۸۰۰

د-۴-۲ Lawless (۱۹۷۸)

نمونه تحلیل شده، ۲۸ وقوع خرابی برای اندازه‌ی نمونه‌ی n=۴۰ دارد. Lawless فقط بازه‌ی اطمینان ٪۹۰ را برای k و حدود اطمینان پائین‌تر برای B_{10} بر $R=(t=e^{-1})$ ارائه می‌کند.

	Lawless	روش اجرایی استاندارد شده
٪۹۰ بازه‌ی اطمینان برای β	[۰/۷۸۳ ؛ ۱/۳۸۱]	[۰/۷۸۵ ؛ ۱/۳۷۰]
٪۹۵ بازه‌ی اطمینان برایB_{10}	۰/۰۶۶	۰/۰۷۴
R۰/۹۵ (t=۰/۳۶۸)	۰/۶۴۷	۰/۶۴۴

د-۴-۳ Meeker and Nelson (۱۹۷۶)

این تکنیک یک تکنیک مجانبی است. مثالی که بر روی آن کار شده یک نمونه از سی و شش لکوموتیو است که سی و هفت عدد آنها خراب نشده‌اند. زمان سانسور T کمی بزرگ‌تر از آخرین وقوع خرابی است از آنجا که اندازه‌ی نمونه نسبتاً بزرگ است، راه حل مجانبی در ایم مورد دارای درستی است مؤلفین برای k فقط ٪۹۰ بازه‌ی اطمینان را ارائه می‌کنند و از آنجا که ٪۹۰ بازه‌ی اطمینان برای B_{10} وجود دارد، ما می‌توانیم ٪۹۷/۵ حد اطمینان پائین‌تر را برای این کمیت، استخراج کنیم.

	Meeker و Nelson	روش اجرایی استاندارد شده
٪۹۰ بازه‌ی اطمینان برای β	[۱/۷۲ ؛ ۳/۱۶]	[۱/۶۱ ؛ ۳/۰۴]
٪۹۷/۵ بازه‌ی اطمینان برای B_{10}	۵۵/۴	۵۴/۲

د-۴-۴ Guida (۱۹۸۵)

سند شامل جدول‌هایی است که Monte Carlo تولید شده تا حدود پائین‌تر دقیق را برای برآوردهای راست نمائی پیشینه از قابلیت اطمینان در نمونه کوچک سانسور شده ($n \leq ۲۰$) بدست آوریم. بعضی از نمونه‌های توزیع شده‌ی وایبول که به طور تصادفی تولید شده برای مقایسه با حدود پائین‌تر قابلیت اطمینان که مطابق این استاندارد محاسبه شود با نتایج بدست آمده از Guida مقایسه شده و در همه‌ی موارد اختلاف به اندازه‌ی ٪۱ یا کمتر بود.

د-۵ مدارک مرجع

BAIN, L. J. and ENGELHARDT, M. (1981), Simple Approximate Distributional Results for Confidence and Tolerance Limits for the Weibull Distribution Based on Maximum Likelihood Estimators, Technometrics,Vol. 23, No. 1, pp. 15-20.

BAIN, L. J. and ENGELHARDT, M. (1986), Approximate Distributional Results Based on the Maximum Likelihood Estimators for the Weibull Distribution, Journal of Quality Technology, Vol.18, No.3,pp. 174-181.

BLOM, G. (1958), Statistical Estimates and Transformed Beta- Variables, New York, J. Wiley & Sons.

GUIDA, M. (1985), On the Confidence Limits for Weibull Reliability and Quantiles: The Case of Maximum Likelihood Estimation from Small Size Censored Samples, Reliability Engineering, Vol. 12, pp. 217-240.

LAWLESS, J. F. (1978), Confidence Interval Estimation for the Weibull and Extreme Value Distributions, Technometrics, Vol. 20, No. 4, pp. 355-368.

LAWLESS, J. F. (1982). Statistical Models and Methods for Lifetime Data, New York, J. Wiley &Sons.

MANN, N. R., SCHEUER, E. M. and FERTIG, K. W. (1973), A New Goodness-of-fit test for the Two-parameter Weibull or Extreme Value Distribution, Commun. Stat., Vol.2, pp. 383-400.

MANN, N. R., SCHAFER, E. and SINGPURWALLA, N. (1974), Methods for Statistical Analysis of Reliab\ility and Lifetime Data, New York, J.Wiley & Sons.

MEEKER, W. Q. and NELSON, W. (1976), Weibull Percentile Estimates and Confidence Limits from Singly Censored Data by Maximum Likelihood, IEEE Trans. On Reliability, Vol. R-25, No. 1, pp. 20-24.

SHAPIRO, S. S. and BRAIN, C. W. (1987), W-Test for the Weibull Distribution, Commun. Statist. –Simula., Vol. 16, No. 1, pp. 209-219.

کتابنامه

[1] ABERNETHY, R. B., "The New Weibull Handbook", 2003, 4th edition.

[2] Defence Standard 00-40, "Reliability and Maintainability", 2003.

[3] Defence Standard 00-971, "General Specification for Aircraft Gas Turbine Engines", 1987.

[4] IEC 60300-1, Dependability management – Part 1: Dependability management systems

[5] IEC 60300-2, Dependability management – Part 2: Guidelines for dependability management

[6] IEC 60300-3-1:2003, Dependability management – Part 3-1: Application guide – Analysis techniques for dependability – Guide on methodology

[7] IEC 60300-3-2, Dependability management – Part 3-2: Application guide – Collection of dependability data from the field

[8] IEC 60300-3-4:2007, Dependability management – Part 3-4: Application guide – Guide to the specification of dependability requirements

[9] IEC 60605-4:2001, Equipment reliability testing – Part 4: Statistical procedures for exponential distribution – Point estimates, confidence intervals, prediction intervals and tolerance intervals

[10] IEC 60605-6:2007, Equipment reliability testing – Part 6: Tests for the validity and estimation of the constant failure rate and constant failure intensity

[11] ISO 11453:1996, Statistical interpretation of data – Tests and confidence intervals relating to proportions

[12] ISO 2854:1976, Statistical interpretation of data – Techniques of estimation and tests relating to means and variances

[13] JENSEN, F. and PETERSEN, N. E., "Burn-In", John Wiley, 1982.

[14] JOHNSON, L.G., "The Statistical Treatment of Fatigue Experiments", Elsevier, 1974.

[15] JOHNSON, N.L., Kotz, S. and BALAKRISHNAN, N., "Continuous Univariate Distributions Volume 1", 2nd edition, John Wiley, 1994.

[16] LAWLESS, J.F., "Statistical Models and Methods for Lifetime Data", John Wiley & Sons. 1982

[17] MEEKER, W. Q. and ESCOBAR, L. A., "Statistical Methods for Reliability Data", John Wiley, 1998.

[18] MISCHKE, C.R., "A Distribution-independent Plotting Rule for Ordered Failures", ASME Design Engineering Technical Conference, 1979.

[19] MURTHY, Xie & Jiang, " Weibull Models", John Wiley 2004.

[20] NELSON, W., "Applied Life Data Analysis", John Wiley, 1982.

[21] NELSON, W., "Accelerated Testing", John Wiley, 1990.

[22] O'CONNOR, P. D. T., "Practical Reliability Engineering", John Wiley, 2002.

[23] IEC 61703, Mathematical expressions for reliability, availability, maintainability and maintenance support terms

[24] ISO/TR 13425:2006, Guidelines for the selection of statistical methods in standardization and specification