ISIRI
11748
1st. edition

جمهوری اسلامی ایران
Islamic Republic of Iran
مؤسسه استاندارد وتحقیقات صنعتی ایران
Institute of Standards and Industrial Research of Iran

استاندارد ملی ایران
۱۱۷۴۸
چاپ اول

کاربرد فنون مارکوف

Application of markov techniques

ICS:03.120.30 ; 03.120.01 ; 21.020

به‌نام خدا

آشنایی با مؤسسهٔ استاندارد و تحقیقات صنعتی ایران

مؤسسهٔ استاندارد و تحقیقات صنعتی ایران به موجب بند یک مادهٔ۳ قانون اصلاح قوانین و مقررات مؤسسهٔ استاندارد و تحقیقات صنعتی ایران، مصوب بهمن ماه ۱۳۷۱ تنها مرجع رسمی کشور است که وظیفه تعیین، تدوین و نشر استانداردهای ملی (رسمی) ایران را به عهده دارد.

تدوین استاندارد در حوزه های مختلف در کمیسیون های فنی مرکب از کارشناسان مؤسسه* صاحب نظران مراکز و مؤسسات علمی، پژوهشی، تولیدی و اقتصادی آگاه و مرتبط انجام می شود وکوششی همگام با مصالح ملی و با توجه به شرایط تولیدی، فناوری و تجاری است که از مشارکت آگاهانه و منصفانهٔ صاحبان حق و نفع، شامل تولیدکنندگان، مصرف‌کنندگان، صادرکنندگان و وارد کنندگان، مراکز علمی و تخصصی، نهادها، سازمان های دولتی و غیر دولتی حاصل می شود .پیش نویس استانداردهای ملی ایران برای نظرخواهی به مراجع ذی نفع و اعضای کمیسیون های فنی مربوط ارسال می‌شود و پس از دریافت نظرها و پیشنهادها در کمیتهٔ ملی مرتبط با آن رشته طرح و در صورت تصویب به عنوان استاندارد ملی(رسمی) ایران چاپ و منتشر می شود.

پیش نویس استانداردهایی که مؤسسات و سازمان های علاقه مند و ذیصلاح نیز با رعایت ضوابط تعیین شده تهیه می کنند درکمیتهٔ ملی طرح و بررسی و درصورت تصویب، به عنوان استاندارد ملی ایران چاپ و منتشر می شود .بدین ترتیب، استانداردهایی ملی تلقی می شود که بر اساس مفاد نوشته شده در استاندارد ملی ایران شمارهٔ ۵ تدوین و در کمیتهٔ ملی استاندارد مربوط که مؤسسه استاندارد تشکیل می‌دهد به تصویب رسیده باشد.

مؤسسهٔ استاندارد و تحقیقات صنعتی ایران از اعضای اصلی سازمان بین المللی استاندارد (ISO)[1] کمیسیون بین المللی الکتروتکنیک (IEC)[2] و سازمان بین المللی اندازه شناسی قانونی (OIML)[3] است و به عنوان تنها رابط[4] کمیسیون کدکس غذایی (CAC)[5] در کشور فعالیت می کند. در تدوین استانداردهای ملی ایران ضمن توجه به شرایط کلی و نیازمندی های خاص کشور، از آخرین پیشرفتهای علمی، فنی و صنعتی جهان و استانداردهای بینالمللی بهره‌گیری می‌شود.

مؤسسهٔ استاندارد و تحقیقات صنعتی ایران می تواند با رعایت موازین پیش بینی شده در قانون، برای حمایت از مصرف کنندگان، حفظ سلامت و ایمنی فردی و عمومی، حصول اطمینان از کیفیت محصولات و ملاحظات زیست محیطی و اقتصادی، اجرای بعضی از استانداردهای ملی ایران را برای محصولات تولیدی داخل کشو ر و / یا اقلام وارداتی، با تصویب شورای عالی استاندارد، اجباری نماید. مؤسسه می تواند به منظور حفظ بازارهای بین المللی برای محصولات کشور، اجرای استاندارد کالاهای صادراتی و درجه‌بندی آن را اجباری نماید. همچنین برای اطمینان بخشیدن به استفاده کنندگان از خدمات سا زمانها و مؤسسات فعال در زمینهٔ مشاوره، آموزش، بازرسی، ممیزی و صدورگواهی سیستم های مدیریت کیفیت و مدیریت زیست‌محیطی، آزمایشگاه ها و مراکز کالیبراسیون (واسنجی) وسایل سنجش ، مؤسسهٔ استاندارد این گونه سازمان ها و مؤسسات را بر اساس ضوابط نظام تأیید صلاحیت ایران ارزیابی می کند و در صورت احراز شرایط لازم، گواهینامهٔ تأیید صلاحیت به آن ها اعطا و بر عملکرد آنها نظارت می کند .ترویج دستگاه بین المللی یکاها، کالیبراسیون (واسنجی) وسایل سنجش، تعیین عیار فلزات گرانبها و انجام تحقیقات کاربردی برای ارتقای سطح استانداردهای ملی ایران از دیگر وظایف این مؤسسه است.

---

* موسسهٔ استاندارد و تحقیقات صنعتی ایران

1- International organization for Standardization
2 - International Electro technical Commission
3- International Organization for Legal Metrology (Organization International de Metrology Legal)
4 - Contact point
5 - Codex Alimentarius Commission

کمیسیون فنی تدوین استاندارد

« کاربرد فنون مارکوف »

رئیس:	**سمت و/ یا نمایندگی**
سقایی، عباس (دکترای مهندسی صنایع)	هیئت علمی دانشگاه آزاد- نایب رئیس انجمن مدیریت کیفیت ایران
دبیر:	
بستان دوست راد، احسان (مهندسی صنایع)	مدیر عامل شرکت مهندسی سیستم‌های مدیریت قابلیت اعتماد توازن
اعضاء: (اسامی به ترتیب حروف الفبا)	
ذرّه، مهدی (فوق لیسانس مهندسی برق)	کارشناس استاندارد
ذرّه، هومن (کارشناسی ارشد ریاضی)	شرکت واصل الکتریک الوند
راعی، جلال (فوق لیسانس مدیریت)	معاونت آمار و پشتیبانی دانشگاه هوایی- کارشناس استاندارد

فهرست مندرجات

عنوان	صفحه
آشنایی با مؤسسهٔ استاندارد	ج
کمیسیون فنی تدوین استاندارد	د
پیش گفتار	و
مقدمه	ز
۱ هدف و دامنه کاربرد	۱
۲ مراجع الزامی	۱
۳ اصطلاحات و تعاریف	۱
۴ نمادها و اختصارات	۵
۴-۱ نمادها برای دیاگرام‌های گذار حالت	۵
۴-۲ سایر نمادها و اختصارات	۵
۴-۳ مثال	۷
۵ توصیف کلی	۷
۶ مفروضات و محدودیت‌ها	۹
۷ ارتباط با سایر فنون تحلیلی	۹
۷-۱ کلیات	۹
۷-۲ تحلیل درخت خرابی	۱۰
۷-۳ دیاگرام بلوک قابلیت اطمینان	۱۰
۷-۴ شبکه‌های پتری	۱۰
۸ تکوین دیاگرام‌های گذار حالت	۱۱
۸-۱ پیش نیازها	۱۱
۸-۲ قوانین برای تکوین و نمایش	۱۲
۹ سنجش	۱۲
۹-۱ کلیات	۱۲
۹-۲ سنجش مقیاس‌های قابلیت اطمینان	۱۴
۹-۳ سنجش مقیاس‌های آمادگی و قابلیت نگهداری	۱۴
۹-۴ سنجش مقیاس‌های ایمنی	۱۵
۱۰ مستند سازی نتایج	۱۵
پیوست الف (اطلاعاتی) ارتباطات ریاضیاتی پایه برای فنون مارکوف	۱۷
پیوست ب (اطلاعاتی) مثال: تکوین دیاگرام‌های گذار حالت	۲۰
پیوست پ (اطلاعاتی) مثال: سنجش عددی برخی از مقیاس‌های قابلیت اطمینان، قابلیت نگهداری و ایمنی برای یک سیستم ردوندانسی فعال ۱ از ۲	۲۵
کتابنامه	۳۰

پیش گفتار

استاندارد" کاربرد تکنیک‌های مارکوف " که پیش نویس آن درکمیسیون های مربوط تهیه و تدوین شده و در ۶۹ امین اجلاس کمیتهٔ ملی استاندارد رایانه و فرآوری داده‌ها مورخ ۱۳۸۷/۱۲/۱۸ مورد تصویب قرار گرفته است ، اینک به استناد بند یک مادهٔ ۳ قانون اصلاح قوانین و مقررات مؤسسهٔ استاندارد و تحقیقات صنعتی ایران، مصوب بهمن ماه ۱۳۷۱ ، به عنوان استاندارد ملی ایران منتشر می‌شود .

برای حفظ همگامی و هماهنگی با تحولات و پیشرفت های ملی و جهانی در زمینهٔ صنایع، علوم و خدمات، استانداردهای ملی ایران در مواقع لزوم تجدید نظر خواهد شد و هر پیشنهادی که برای اصلاح و تکمیل این استانداردها ارائه شود، هنگام تجدید نظر در کمیسیون فنی مربوط مورد توجه قرار خواهد گرفت . بنابراین، باید همواره از آخرین تجدیدنظر استانداردهای ملی استفاده کرد.

منبع و مأخذی که برای تهیهٔ این استاندارد مورد استفاده قرار گرفته به شرح زیر است:

IEC 61165: 2006-05, Application of Markov techniques

مقدمه

روش‌های تحلیلی مختلف متعددی برای تحلیل قابلیت اطمینان، آمادگی، قابلیت نگهداری و ایمنی موجود است که تکنیک مارکوف یکی از آن‌هاست.IEC60300-3-1 یک دید کلی از روش‌های موجود و ویژگی‌های عمومی آن‌ها ارائه می‌دهد .

این استاندارد واژگان و نمادهای پایه برای کاربرد تکنیک مارکوف را تعریف می‌کند. این استاندارد قوانین اساسی برای تکوین، ارائه و کاربرد تکنیک مارکوف و هم چنین مفروضات و محدودیت های این رویکرد را توصیف می کند.

کاربرد فنون مارکوف

۱ هدف و دامنه کاربرد

در این استاندارد راهنمایی در مورد کاربرد فنون مارکوف برای مدل کردن و تحلیل یک سیستم و تخمین مقیاس‌های قابلیت اطمینان، آمادگی، قابلیت نگهداری و ایمنی، فراهم شده است.

این استاندارد برای تمامی صنایع هنگامی که سیستم‌هایی که رفتار وابسته به حالت نمایش می‌دهند، می‌باید تحلیل شوند قابل کاربرد است. فنون مارکوف در استاندارد، با فرض ثابت و مستقل از زمان بودن نرخ‌های گذار حالت، توسط این استاندارد پوشش داده شده است.

۲ مراجع الزامی

مدارک ارجاع داده شده زیر برای کاربرد این استاندارد، الزامی هستند. در صورتی که به مدرکی با ذکر تاریخ انتشار ارجاع داده شده باشد، اصلاحیه ها و تجدید نظرهای بعدی آن مورد نظر این استاندارد نیست. در مورد مدارکی که بدون ذکر تاریخ انتشار به آنها ارجاع داده شده است، همواره آخرین تجدیدنظر و اصلاحیه‌های بعدی آن مورد نظر می باشد.

استفاده از مراجع زیر برای این استاندارد الزامی است:

2-1- IEC 60050(191): 1990, International Electrotechnical vocabulary (IEV)-Chapter 191: Dependability and quality of service

2-2- IEC 60300-3-1: Dependability management- Part 3- 1:Application guide- Analysis techniques for dependability: Guide on methodology

2-3- IEC 61508-4: 1998, Functional safety of electrical/electronic/programmable electronic safety-related systems- Part4: Definitions and abbreviations

۳ اصطلاحات و تعاریف

برای مقاصد این استاندارد علاوه بر اصطلاحات و تعاریف ارائه شده در IEC 60050(191):1990، اصطلاحات و تعاریف زیر نیز کاربرد دارد .

یادآوری- برای تسهیل در کاربرد این استاندارد برای سنجش‌های ایمنی، هر جا که مناسب بوده است از IEC 61508 استفاده شده است.

۳-۱

سیستم **system**

مجموعه ای از عنصر دارای ارتباط متقابل و تعامل

[تعریف ۳-۲-۱ از استاندارد ایران - ایزو ۹۰۰۰]

یادآوری۱- در متون قابلیت اعتماد، یک سیستم دارای مقصود تعریف شده‌ی بیان شده در قالب وظیفه‌ی منظور، شرایط بیان شده‌ی بهره‌برداری کاربرد، و مرزهای تعریف شده، می باشد.

یادآوری۲- ساختار یک سیستم می تواند سلسله مراتبی باشد.

۲-۳

عنصر **element**

کامپوننت یا مجموعه‌ای از کامپوننت‌ها که به عنوان یک موجودیت انجام وظیفه می‌کند .

یادآوری- یک عنصر معمولاً دو حالت را اختیار کند: آماد یا ناآماد (به بندهای۳-۴ و ۳-۵ رجوع کنید). برای راحتی واژه‌ی حالت عنصر[1] برای نشان دادن حالت عنصر[2] استفاده می شود.

۳-۳

حالت سیستم **system state**

X(t)

ترکیب خاصی از حالت‌های عنصر

یادآوری- X(t) حالت سیستم در زمان t است. عوامل دیگری نیز هستند که ممکن است در حالت سیستم تأثیر داشته باشند. (برای مثال، نوع بهره‌برداری)

۴-۳

حالت آماد **up state**

حالتی از سیستم (یا عنصر) که سیستم (یا عنصر) برای اجرای وظیفه الزام شده توانمند است.

یادآوری-یک سیستم می‌تواند تعدادی حالت آماد متمایز داشته باشد (برای مثال، حالت‌های کاملاً بهره‌برداری و حالت‌های انحطاط یافته).

۵-۳

حالت نا آماد **down state**

حالتی از سیستم (یا عنصر) که سیستم (یا عنصر) برای اجرای وظیفه الزام شده توانمند نیست.

یادآوری- یک سیستم می‌تواند تعدادی حالت ناآماد متمایز داشته باشد.

۶-۳

خطر **hazard**

منبع بالقوه جراحت یا صدمه فیزیکی به سلامت افراد یا اموال.

[تغییر یافته است تعریف ۳-۱-۲، از استاندارد IEC 61508-4]

1-element state
2- state of element

۷-۳

وقوع خرابی خطرناک **dangerous failure**

وقوع خرابی که امکان دارد، سیستم مرتبط با امنیت را در حالت خطرناک یا حالت قاصر از انجام وظیفه قرار دهد.

[تغییر یافته است تعریف ۳-۶-۷ از استاندارد IEC 61508-4]

یادآوری۱- اینکه این امکان تحقق یابد یا خیر ممکن است وابسته به معماری سیستم باشد.

یادآوری۲- واژه‌ی وقوع خرابی نا ایمن یا خطرناک[1] همچنین به طور رایج در متن استفاده می‌شود.

۸-۳

وقوع خرابی ایمن **safe failure**

وقوع خرابی‌ای که امکان قراردادن سیستم مرتبط با امنیت را در حالت خطرناک یا حالت قاصر از انجام وظیفه ندارد .

[تغییر یافته است تعریف ارائه شده در IEC 61508]

۹-۳

گذار **transition**

تغییر از یک حالت به حالت دیگر.

یادآوری-گذار معمولاً به عنوان نتیجه‌ی یک وقوع خرابی یا توان‌یابی به وقوع می‌پیوندد. یک گذار ممکن است هم چنین به علت رخدادهای دیگر هم چون خطاهای انسانی، رخدادهای بیرونی، تجدید پیکره بندی نرم افزار و غیره، باشد.

۱۰-۳

احتمال گذار **transition probability**

P_{ij} (t)

احتمال شرطی گذار از حالت i به حالت j در بازه‌ی معلوم (s,s+t) با فرض اینکه سیستم در ابتدای بازه در حالت i قرار دارد .

یادآوری۱-به طور رسمی $P_{ij}(s,s+t) = P(X(s+t) = j \mid X(s) = i)$ هنگامی که فرآیند مارکوف همگن زمانی باشد، $P_{ij}(s,s+t)$ وابسته به s نبود و به صورت $P_{ij}(t)$ در نظر گرفته می‌شود.

یادآوری۲-برای یک فرآیند مارکوف irreducible (یعنی اگر هر حالت بتواند از هر حالت دیگر دست یافتنی باشد)، $P_{ij}(\infty) = P_j$ برقرار است، که در آن P_j احتمال مجانبی و ساکن حالت پایدار حالت j می‌باشد.

1-hazardous

۱۱-۳

نرخ گذار **transition rate**

q_{ij}

q_{ij} حد نسبت احتمال شرطی وقوع یک گذار از حالت i به حالت j- در صورت وجود- در بازه معلوم $(t.t+\Delta t)$با طول بازه Δt، هنگامی که Δt به سمت صفر میل می‌کند، با فرض اینکه سیستم در زمان t در حالت i قرار دارد.

یادآوری- p_{ij} یا c_{ij} نیز در متن استفاده شده‌اند.

۱۲-۳

حالت آغازین **initial state**

حالت سیستم در زمان t=0.

یادآوری- عموماً، یک سیستم بهره‌برداری خود را در t=0 از یک حالت آماد شروع می‌کند که در آن تمامی عناصر سیستم انجام وظیفه می‌کند و با عبور از دیگر حالت‌های سیستم که به طور پیش رونده دارای عناصر انجام وظیفه کننده‌ی کمتری است به سمت حالت نهایی که حالت ناآماد است گذر می‌کند.

۱۳-۳

حالت جذب کننده **absorbing state**

حالتی که به محض ورود، نمی‌توان از آن خارج شد (یعنی هیچ گذاری به بیرون از این حالت ممکن نیست).

۱۴-۳

سیستم قابل توان‌یابی **restorable system**

سیستمی دارای عناصری که می‌توانند از کار بیافتند و سپس بدون اینکه لزوماً باعث وقوع خرابی سیستم شوند به حالت آمادشان بازگردانده شوند.

یادآوری- هم چنین قابل تعمیر در این متن استفاده شده است.

۱۵-۳

سیستم غیر قابل توان‌یابی **non-restorable system**

سیستمی که دیاگرام گذار حالت آن فقط دارای گذارهایی به سمت حالت‌های وقوع خرابی سیستم، می‌باشد.

یادآوری- هم چنین غیر قابل تعمیر نیز در متن استفاده شده است.

۴ نمادها و اختصارات

۴-۱ نمادها برای دیاگرام‌های گذار حالت

فنون مارکوف توسط دیاگرام‌های گذار حالت یا توسط دیاگرام‌های نرخ گذار به صورت گرافیکی نمایش داده می‌شوند. هر دوی این عبارات در این استاندارد مساوی به کار می‌روند.

نمادهای زیر در این استاندارد بکار می‌روند. نمادهای دیگر ممکن است هر جا مناسب باشد به کار رود.

۴-۱-۱ نماد حالت

یک حالت توسط دایره یا مستطیل نمایش داده می‌شود.

یادآوری-برای افزایش خوانایی، حالت‌های ناآماد می‌توانند برجسته شوند، برای مثال پر رنگ کردن خطوط، رنگی کردن یا هاشور زدن.

۴-۱-۲ توصیف حالت

توصیف حالت در داخل نماد حالت جای می‌گیرد و ممکن است به شکل کلمات یا ترکیب کاراکتر اعداد و حروف باشد که آن ترکیب‌هایی از عناصر انجام وظیفه کنند یا خراب را تعریف می‌کند که حالت را مشخص می‌کند.

۴-۱-۳ برچسب حالت

برچسب حالت یک عدد یا حرف است که در دایره پس از نماد قرار می‌گیرد یا در غیاب توصیف حالت خود داخل نماد حالت قرار می‌گیرد .

یادآوری-حالت می‌تواند اغلب توسط یک دایره با عدد یا حرف حالت به کفایت نمایش داده می‌شود.

۴-۱-۴ فلش گذار

فلش گذار جهت یک گذار را نشان می‌دهد (برای مثال به عنوان نتیجه‌ی یک وقوع خرابی یا توان‌یابی). نرخ‌های گذار نزدیک فلش گذار نوشته می‌شود.

۴-۲ سایر نمادها و اختصارات

نمادها برای مقیاس‌های قابلیت اطمینان، آمادگی، قابلیت نگهداری و ایمنی از آن‌هایی که در IEC 60050(191) آمده است، در صورت وجود، پیروی می‌کنند. مراجع زیر با پیشوند ۱۹۱مربوط به IEC 60050(191) می‌باشند.

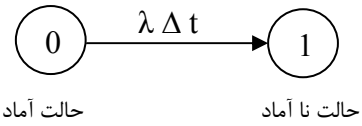
در این استاندارد نمادهای زیر بکار رفته است :

نماد / اختصار	عبارت	مرجع
R(t)	قابلیت اطمینان **یادآوری**-۱۹۱-۱۲-۰۱ از نماد عمومی $R(t_1,t_2)$ استفاده می‌کند	
DFR[1]	نرخ وقوع خرابی خطرناک **یادآوری**- در یک متن ایمنی، نرخ خطر(HR) به طور رایج برای DFR به کار می‌رود	IEC 61508
MTTF[2]	میانگین زمان تا وقوع خرابی	۱۹۱-۱۲-۰۷
MTTFF[3]	میانگین زمان تا اولین وقوع خرابی	۱۹۱-۱۲-۰۶
MTTFH[4]	میانگین زمان تا اولین موقعیت خطرناک	
PFD[5]	احتمال وقوع خرابی هنگام تقاضا (نا آمادگی) **یادآوری**-PFD در زمان معلوم t ، متناظر است با $\sum_j P_j(t)$ برای تمامی حالت‌های ناآماد j	IEC 61508
λ(t)	نرخ وقوع خرابی (لحظه‌ای)	۱۹۱-۱۲-۰۲
μ(t)	نرخ توان‌یابی **یادآوری**-۱۹۱-۱۳-۰۲، μ(t) را برای نرخ تعمیر استفاده می‌کند	
A(t) U(t) A	آمادگی لحظه‌ای ناآمادگی لحظه‌ای آمادگی حالت پایدار یا مجانبی **یادآوری**- آمادگی حالت پایدار دارای مقدار عددی مشابهی با آمادگی مجانبی است.	۱۹۱-۱۱-۰۱ ۱۹۱-۱۱-۰۲
MUT[6]	میانگین زمان آماد	۱۹۱-۱۱-۱۱
MDT[7]	میانگین زمان نا آماد	۱۹۱-۱۱-۱۲
$P_i(t)$	احتمال یافتن سیستم در حالت i در زمان t	
P_i	احتمال مجانبی و حالت پایدار برای یافتن سیستم در حالت i در زمان t	
	یک بازه زمانی کوچک	
	احتمال گذار از حالت i به حالت j در زمان t	
	نرخ گذار از حالت i به حالت j ، $j \neq i$ **یادآوری**- qi رسماً به عنوان $q_i = \sum_{j \neq i} q_{ij}$ تعریف می‌شود. این نرخ خروج از حالت i است	

1-Dangerous Failure Rate
2-Mean Time to Failure
3-Mean Time to First Failure
4-Mean Time to First Hazardous Situation
5-Probability of Failure on Demand (unavailability)
6-Mean Up Time
7-Mean Down Time

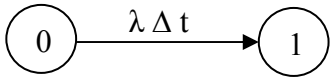
۳-۴ مثال

به عنوان یک مثال، شکل ۱ دیاگرام احتمالات گذار در $(t,t+\Delta t)$را برای t دلخواه و Δt کوچک برای یک قلم غیرقابل توان‌یابی با نرخ ثابت وقوع خرابی λ را، نشان می‌دهد .



شکل۱- دیاگرام احتمالات گذار در بازه زمانی $(t,t+\Delta t)$ برای مقدار دلخواه t و Δt کوچک، برای یک سیستم تک عنصری غیر قابل توان‌یابی با نرخ ثابت وقوع خرابیλ .

$\lambda\Delta t$ احتمال شرطی یک گذار بین حالت ۰ و ۱ در بازه زمانی کوچک $(t,t+\Delta t)$با فرض اینکه سیستم در زمان t در حالت ۰ قرار دارد، می‌باشد. برای ساده سازی علائم، کمیت Δt اغلب حذف شده و دیاگرام احتمالات گذار در شکل۱، تبدیل می‌شودبه دیاگرام نرخ‌های گذار داده شده در شکل۲.



شکل۲- دیاگرام گذار حالت یک سیستم تک عنصری غیرقابل توان‌یابی

در شکل ۲ و در ادامه عبارت دیاگرام گذار حالت، مساوی عبارت دیاگرام نرخ‌های گذار بکار می‌رود.

۵ توصیف کلی

فنون مارکوف استفاده از دیاگرام گذار حالت را ممکن می‌سازد که نمایشی از رفتارهای قابلیت اطمینان، آمادگی، قابلیت نگهداری یک سیستم است و از آن می‌توان مقیاس‌های عملکرد سیستم را محاسبه کرد. این تکنیک رفتار سیستم را با توجه به زمان مدل می‌کند. در این استاندارد، به یک سیستم به عنوان تعدادی از عناصر توجه شده است، که هر کدام می‌توانند فقط یکی از دو حالت آماد یا ناآماد را اختیار کنند. به هر حال سیستم به عنوان یک کل می‌تواند حالت‌های مختلفی را اختیار کند، که هر کدام توسط ترکیب خاصی از عناصر انجام وظیفه کننده و عناصر خراب تعیین می‌شوند. بنابراین هنگامی که یک عنصر خراب می‌شود یا بازگردانده می‌شود، سیستم از یک حالت به حالت دیگر حرکت می‌کند. این نوع از مدل عموماً مدل حالت گسسته- زمان پیوسته نامیده می‌شود.

فنون مارکوف به طور ویژه برای بررسی و تحقیق در سیستم‌های دارای ردوندانسی یا برای سیستم‌هایی که وقوع خرابی سیستم وابسته به رخدادهای متوالی می‌باشد یا برای سیستم‌هایی که دارای استراتژی‌های نگهداری پیچیده‌اند برای مثال سیستم‌هایی با اولویت توان‌یابی یا تیم‌های توان‌یابی چندگانه، مشکلات صف و محدودیت منابع، مناسب است. تحلیلگر بایستی اطمینان حاصل کند که مدل به کفایت بهره‌برداری واقعی سیستم را با توجه به استراتژی‌ها و سیاست‌های نگهداری، منعکس می‌کند. به طور خاص مناسب بودن توزیع نمایی برای مدل کردن زمان‌های توان‌یابی باید بازنگری شود. بایستی توجه شود هنگامی

که سیستم‌های قابل تعمیر ردوندانت، با ظرفیت تعمیر محدود مدل می‌شوند، به علت خاصیت بدون حافظه بودن مدل، زمان واقعی تعمیر می‌تواند بیش از حد نمایش داده شود. برای مثال به شکل ب-۹ رجوع کنید.
مفروضات تهیه شده و محدودیت‌های توصیف شده در بند ۶ را می توان پذیرفت، یکی از مزایای بزرگ فنون مارکوف این است که استراتژی‌های نگهداری- برای مثال اولویت‌های توان‌یابی برای عناصر مفرد- را می‌توان مدل کرد. به علاوه، ترتیبی که وقوع خرابی‌های چندگانه رخ می‌دهند را می توان در مدل بررسی کرد. بایستی توجه شود که دیگر فنون تحلیلی برای مثال روش‌های تحلیل درخت خرابی (FTA)[1] و بلوک دیاگرام قابلیت اطمینان (RBD)[2] (آن طور که درIEC61025 و IEC61078 به ترتیب توصیف شده است) به حساب آورده استراتژی‌های پیچیده‌ی نگهداری را میسر نمی‌سازند، گرچه ممکن است آن‌ها دروازه‌های ویژه‌ای را توسط نمادهایی ویژه (دروازه‌های پویا) برای نشان دادن حضور آن موارد در اختیار باشند. به هر حال هنگام مشاهده‌ی محدودیت‌های احتمالی، تأثیر آن دروازه‌ها باید جداگانه توسط فنون مارکوف یا سایر فنون سنجش شده و نتایج در تحلیل درخت خرابی یا RBD وارد شود.
اگرچه فنون مارکوف از نقطه نظر تئوری، منعطف و همه کاره هستند، ولی ضروری است که احتیاط‌های ویژه‌ای برای رفع مشکلات کاربردهای عملی انجام شود. مشکل اصلی این است که تعداد حالت‌های سیستم و گذارهای متحمل با افزایش تعداد عناصر سیستم به سرعت افزایش می‌یابد. تعداد بیشتر حالات و گذارها، باعث افزایش احتمال وجود خطا و نمایش اشتباه می‌شود. برای کاهش ریسک توصیه که از قوانین مسلّم در طراحی دیاگرام گذار حالت پیروی می‌شود (به بند ۸ رجوع کنید). هم چنین فنون عددی مورد استفاده برای سنجش دیاگرام می‌تواند وقت بر باشد و ممکن است نیاز به برنامه‌های ویژه‌ی کامپیوتری داشته باشد.
فنون مارکوف نه تنها برای مدل کردن استراتژی‌های نگهداری مناسب هستند بلکه این روش‌ها مدل‌سازی تصویری وقوع خرابی/ توان‌یابی را قادر می‌سازند، که این به خودی خود یک ویژگی با ارزش است. فرآیند وقوع خرابی/ توان‌یابی توسط گذار از یک نماد حالت به یک نماد حالت دیگر در آرایه‌ی نمادهای حالت نمایش داده می‌شد که با همدیگر دیاگرام گذار حالت سیستم را تشکیل می‌دهند.
هنگامی که حالت‌های متحمل متناهی باشند، مجموع احتمالات تمامی حالت‌ها برابر یک می‌باشند، یعنی در هر لحظه‌ی زمانی سیستم می‌تواند فقط و فقط در یکی از حالت‌های دیاگرام گذار حالت باشد. اگر به دلایلی عملی حالت‌های با احتمال بسیار پائین حذف گردند، آن وقت مجموع احتمالات تمامی حالت‌ها فقط تقریباً برابر یک است.
فنون مدل سازی توصیف شده می‌تواند هم چنین برای سیستم‌هایی که برخی و یا تمامی عناصر بازگردانده نشده‌اند کاربرد داشته باشد. توجه شود که یک سیستم با عناصر غیر قابل توان‌یابی می‌تواند به عنوان یک مورد ویژه از یک سیستم با عناصر قابل توان‌یابی در نظر گرفته شود که نرخ‌های توان‌یابی برابر صفر هستند (یا زمان‌های توان‌یابی بی‌نهایت هستند).

1- Fault Tree Analysis
2-Relibility Block Diagram

۶ مفروضات و محدودیت‌ها

قوانین داده شده در بند ۸-۲ از این استاندارد برای تولید دیاگرام گذار حالت، عموماً کاربرد دارد (به غیر از قانون ح)، به هر حال توصیف فنون عددی فقط زمانی کاربرد دارند که تمامی نرخ‌های گذار ثابت هستند، که نشان می‌دهد نرخ‌های وقوع خرابی و توان‌یابی تمامی عناصر در سیستم تحلیل شده با توجه به زمان ثابت هستند. فرض نرخ ثابت وقوع خرابی به طور منطقی برای کامپوننت در بسیاری از سیستم‌ها قبل از دوره‌ی فرسودگی قابل قبول است (به هر حال بایستی توجیه شود)، ولی فرض ثابت بودن نرخ توان‌یابی بایستی توجیه شود. مگر اینکه میانگین زمان تا توان‌یابی عنصر در مقایسه با میانگین زمان تا وقوع خرابی متناظر بسیار کوچک باشد. سنجش برای موارد عمومی در حالی که نرخ‌های وقوع خرابی یا نرخ‌های توان‌یابی با زمان ثابت نمی‌باشند، خارج از دامنه کاربرد این استاندارد است.

محدودیتی خاص به علت مفروضات راه حل‌های ریاضی بوجود می‌آید بدین معنی که رفتار آتی سیستم فقط به حالت فعلی آن بستگی دارد، و نه به راهی که سیستم به این حالت رسیده است. تحلیلگر بایستی مطمئن شود که این خاصیت بدون حافظه بودن مدل‌های مارکوف، تقریبی کافی برای رفتار سیستم واقعی می‌باشد (به بند ۸-۱ رجوع کنید). هنگامی که آثار مدل سازی وقوع خرابی‌های با علت مشترک ممکن است به طور بالقوه منجر به کنار گذر از برخی حالت‌های میانی شود دقت ویژه مورد نیاز است (به شکل ب-۴ رجوع کنید).

مفروضات معمول برای هر عنصر در سیستم بررسی شده می‌تواند به شرح زیر خلاصه شود:

- نرخ وقوع خرابی (λ) و نرخ توان‌یابی (μ) ثابت هستند (مستقل از زمان).
- احتمال گذار از حالت i به حالت j در بازه زمانی کوچک معلوم $(t, t+\Delta t)$ که در آن سیستم از زمان t در حالت i قرار دارد برابر $q_{ij}\Delta t$ است که q_{ij} برابر مجموع نرخ‌های وقوع خرابی و توان‌یابی عناصر دخیل می‌باشد.

یادآوری- اغلب می‌توان بر محدودیت‌های تئوریکی درباره‌ی نرخ‌های ثابت وقوع خرابی و توان‌یابی به قیمت بسط فضای حالت غلبه کرد، چرا که بسیاری از توزیع‌های غیر نمایی زمان تا وقوع خرابی یا توان‌یابی را می‌توان با محموعی از توزیع‌های نمایی تقریب زد. هر یک از این توزیع‌های نمایی باید به عنوان یک حالت اضافی مدل شوند، که به عنوان نوعی حافظه برای زمان گذشته شده تا وقوع خرابی یا توان‌یابی عمل کند. این مفهوم که معمولاً مفهوم فازی (یا حالت‌های تکمیلی) نامیده می‌شود به وسعت در عمل به کار می‌رود.

۷ ارتباط با سایر فنون تحلیلی

۷-۱ کلیات

فنون مارکوف می‌تواند برای مدل کردن رخدادها یا حالت‌ها در سایر فنون مدل سازی استفاده شود. به ویژه هنگامی که این فنون، برخی از توانمندی‌های را که فنون مارکوف دارند، نداشته باشند، برای مثال توانایی تشریح رفتار وابسته به زمان یا حالت. مدل‌های منتج معمولاً مدل‌های دوگانه نامیده می‌شوند. یک بحث جامع درباره‌ی فنون مدل سازی در IEC 60300-3-1 ارائه شده است. بحثی جامع درباره‌ی مدل‌های دوگانه در استانداردهایی که از دیاگرام گذار حالت مارکوف برای این مقصود استفاده می‌کنند برای مثال IEC

61078 یا IEC 61025 آماده است. مقصود این بند آن است که ملاحظات کلی برای مدل‌های دوگانه ارائه دهد.

۷-۲ تحلیل درخت خرابی(FTA)

از FTA می‌توان برای سنجش احتمال یک وقوع خرابی در لحظه زمان معلوم t با استفاده از منطق بولی، استفاده کرد. این منطق ممکن است وابستگی‌های زمان یا حالت را آن طور که مناسب است تشریح نکند. در این موارد گسترش FTA با خلق دروازه‌های جدید امکان پذیر است که مدل‌های خاص مارکوف را نشان می‌دهد که به صورت جداگانه سنجش می‌شود و مدل واقعی مارکوف را از کاربر پنهان می‌کند. چنین دروازه‌هایی نام دروازه‌های پویا را بر خود دارند، برای مثال دروازهای اولویت، مانع شدن ترتیبی یا یدکی. هر کدام از چنین دورازه‌هایی ممکن است با یک رخداد ابتدایی با احتمال وقوع، آن گونه که از تکنیک مارکوف محاسبه شده است، تعویض شود. مدل نتیجه شده اغلب FTA پویا یا دوگانه نامیده می‌شود.

هر دو دروازه‌های استاتیک و پویا از یک درخت خرابی می‌تواند توسط فنون مارکوف مدل شود. به هر حال باید به خاصیت‌های مستقل بین رخدادها در مدل مارکوف و رخدادها در درخت خرابی توجه خاصی مبذول شود. در درخت خرابی قسمت‌های سنجش شده توسط فنون مارکوف باید فرض شود که شاخه‌ها مستقل هستند.

۷-۳ دیاگرام بلوک قابلیت اطمینان(RBD)

RBD نیز تکنیکی است که امکان دارد از منطق بولی استفاده کند و بنابراین دارای محدودیت‌های مشابهی با FTA می‌باشد.

در RBD تعریف قسمت‌های RBD(با محاط کردن توسط بلوک‌ها) به همان منظور که در مدل مارکوف استفاده می‌شود امکان پذیر است. بلوک‌های کشیده شده باید یک شبکه را تشکیل دهند که یک ورودی و یک خروجی دارد و نباید شامل بلوک‌های تکراری در جایی دیگر باشد. راهنمایی‌های بیشتر در IEC 61078 ارائه شده است.

۷-۴ شبکه‌های (پتری)[1]

شبکه‌های پتری یک تکنیک گرافیکی برای نمایش و تحلیل تعاملات پیچیده‌ی منطقی بین عناصر یک سیستم است.

شبکه‌ها پتری تصادفی عمومی(GSPN)[2]، یک رده‌ی خاص از شبکه‌های پتری است و دارای توانمندی مدل سازی یکسانی نسبت به فنون مارکوف می‌باشد. به شبکه‌های پتری ممکن است به عنوان عبارتی تلویحی نمایش روشن مدل مارکوف خودش توجه می‌شود. شبکه‌های پتری می‌توانند به مدل‌های مارکوف تبدیل شوند. بنابراین مدل‌های شبکه پتری استوکستیک دارای تعاملات پیچیده اغلب می‌توانند به صورت ساده‌تری و با دیاگرام کوچکتری نسبت به فنون مارکوف توصیف شوند. برای مقاصد سنجش، شبکه‌ی پتری به مدل

1- Petri Nets
2-General Stochastic Petri Nets

مارکوف متناظر تبدیل می‌شود، که سپس تحلیل می‌شود. در عمل این امر توسط ابزارهای نرم افزاری خودکار می‌شود.

۸ تکوین دیاگرام‌های گذار حالت

۸-۱ پیش‌نیازها

پیش از شروع تحلیل یک سیستم تکالیف عمومی زیر بایستی اجرا شوند:

الف) هدف تحلیل را تنظیم کنید: اولین سؤال حیاتی که بایستی جواب داده شود اهداف تحلیل هستند. این می‌تواند یکی یا بیش از یکی از موارد زیر باشند:

- احتمال اینکه سیستم قبل از زمان t خراب شود
- فراوانی رخدادهای خطرناک
- میانگین زمان قبل از اینکه اولین وقوع خرابی سیستم رخ دهد
- آمادگی حالت پایدار
- احتمال اینکه سیستم هنگامی که درخواستی برای بهره‌برداری از آن صادر می‌شود خراب شود (برای سیستم‌هایی که پیوسته در استفاده نمی‌باشند)
- سایر مقیاس‌هایی که باید مشخص شوند

هم چنین تعریف واحد اندازه‌گیری مورد نیاز است.

ب)ویژگی‌های سیستم و شرایط مرزی تحلیل را تعریف کنید.

در این جا سؤالاتی مانند سؤالات زیر بایستی جواب داده شوند:

- خصوصیات مهم سیستم که نیازمند مدل شدن هستند کدامند؟
- چگونه می‌توان این خصوصیات را صحه گذاری کرد یا حداقل برای توجیه پذیری وارسی کرد؟
- سیستم(پس از وقوع خرابی) بازگردانده می‌شود یا خیر؟
- آیا توصیف رفتار وابسته به زمان ضروری است؟
- عدم قطعیت واقعی داده‌ها (برای مثال نرخ وقوع خرابی، توان‌یابی یا عوامل دلایل مشترک) چیست؟
- درستی و/ یا سطح اطمینان الزام شده برای نتایج چیست؟

اگر برخی از خصوصیات سیستم در دنیای واقعی برای مدل کردن مهم نیستند بایستی توجیه شود.

پ) مطمئن شوید که برای تکلیف، تکنیک مارکوف مناسب‌ترین تکنیک تحلیل است. انتخاب تکنیک بایستی براساس اهداف تحلیل و ویژگی‌های سیستم باشد، نه برعکس. در غیر این صورت ممکن است برخی ویژگی‌ها اصلاً مدل نشوند. مفروضات و محدودیت‌های مدل در عمل نیاز است که به دقت وارسی شوند.

ت) به علت اینکه خطاها و عدم درستی‌ها در مدل یا داده‌های ورودی می‌توانند تأثیر زیادی بر نتایج تحلیل داشته باشند، مدل و داده‌های ورودی بایستی توسط افراد خبره مجریان با تجربه میدانی بازنگری شود.

یک تکلیف بحرانی در تحلیل مارکوف، طراحی صحیح دیاگرام گذار حالت است. زیر بند ۸ -۲ برخی از قوانین توصیه شده را ارائه می‌دهد. قوانین بایستی پیش از تحلیل تعهد شود و بدین علت بایستی شناسایی مناسبی از تکنیک حالت‌ها به عمل آید. این امر ساخت مدل‌های گرافیکی روشنی را مقدور می‌سازد.

۸-۲ قوانین برای تکوین و نمایش

قوانین زیر به عنوان یک راهنما برای تکوین سیستماتیک دایاگرام‌های گذار حالت ارائه شده‌اند. دیاگرام‌های گذار حالت که از این قوانین پیروی می‌کنند جامعیت و شباهت آسان را میسر می‌سازند. در برخی مواقع ممکن است دیگر نمادها یا ترتیبات دیاگرام مناسب‌تر باشند.

الف) حالت بایستی توسط دایره یا متسطیل با شناسه نمایش داده شوند که ارجاع منحصر به فرد به حالت را برای روش‌های اجرایی عددی میسر می‌سازد. شناسه معمولاً یک حرف یا یک عدد است.

ب) هنگامی که شفافیت برای دیاگرام گذار حالت ضروری باشد، نماد حالت بایستی شامل یک توصیف شفاف از حالت به صورت مستقیم یا با ارجاع به یک فهرست توضیحی، باشد.

حالت‌ها بایستی به نحوی ترتیب داده شوند که چپ‌ترین حالت، حالت ناآماد و راست‌ترین حالت، حالت آماد سیستم را نشان دهد. مکان نسبی حالت‌های میانی بایستی به صورتی باشد که یک گذار از چپ به راست در نتیجه‌ی یک وقوع خرابی باشد، و یک گذار از راست به چپ توسط توان‌یابی بدست آید.

پ) حالت‌های سیستم متناظر با تعداد عناصر ناآماد مشابه بایستی به صورت عمودی مرتب شوند .

ت) گذار بین حالت‌ها بایستی توسط خطوط که حالت‌های خاص را به هم وصل می‌کنند نشان داده شود. خطی با یک فلش در سمت راست نمایش دهنده‌ی وقوع خرابی و خطی با یک فلش در سمت چپ نمایش دهنده‌ی توان‌یابی است. در صورتی که یک گذار بین دو حالت هم از طریق وقوع خرابی و هم از طریق توان‌یابی قابل دسترسی باشد، این حالات خاصی بایستی توسط تنها یک خط با دو فلش در دو سر آن، به یکدیگر وصل شوند. در یک دیاگرام گذار حالت داده برای نشان دادن وقوع خرابی و توان‌یابی ممکن است از خطوط جداگانه استفاده شود.

ث) فلش‌های روی خطوط که گذار را نشان می‌دهد، بایستی توسط نرخ‌های گذار مربوطه نشان داده شوند. این امر ممکن است با نشان دادن نرخ‌ها به صورت مستقیم یا با ارجاع به یک فهرست توضیحی انجام شود.

ج) در صورت امکان هر گذار بایستی فقط به نمادهای حالت همسایه پیوند شوند. اگر یک علت وقوع خرابی مشترک به صورت همزمان دو یا بیشتر از دو عناصر را ناتوان کند، نیاز است که از کنار یک حالت گذشت.

چ) برای افزایش خوانایی، حالت‌های ناآماد در سطح سیستم را می‌توان برجسته کرد (برای مثال با خطوط پر رنگ، رنگی کردن یا هاشور زدن)

کاربرد این قوانین در پیوست ب با شکل تشریح شده است.

۹ سنجش

۹-۱ کلیات

مقصود از سنجش دیاگرام گذار حالت تعیین مقیاس‌های قابلیت اطمینان، آمادگی، قابلیت نگهداری و ایمنی سیستم است. این سنجش از فنون ریاضی که به خوبی شناخته شده‌اند استفاده می‌کند(به پیوست‌های الف تا پ رجوع کنید) توجه شود که بدست آورد مقیاس‌های گذرا(وابسته به زمان)- برای مثال$R(t)$ و $A(t)$ به طور قابل ملاحظه‌ای نیاز به تلاش‌های محاسباتی بیشتری نسبت به بدست آوردن مقیاس‌های حالت پایدارA یا

مقادیر میانگین- برای مثال MTTF، MDT، MUT، دارد. مثالی برای محاسبه‌ی مقیاس‌های گذرا در پیوست پ شرح داده شده است.

در ابتدای تحلیل بایستی تصمیم گرفت که هدف از سنجش دیاگرام گذار حالت، بدست آوردن مقادیر حالت گذرا یا پایدار برای احتمالات حالت است. گر چه برای تحقیق آمادگی، حالت پایدار را می‌توان از آمادگی گذرا بدست آورد (با میل دادن t به بی‌نهایت) ولی در صورتی که در ابتدا بدانیم فقط حل حالت پایدار مورد نیاز است می‌توان از یک روش اجرایی ریاضی نسبتاً ساده استفاده نمود. (به پیوست الف رجوع کنید). از طرف دیگر، در صورتی که حل گذرا مورد نیاز باشد یک روش اجرایی دخیل تخصصی‌تر- برای مثال تبدیل لاپلاس یا جبر ماتریسی- مورد نیاز است (به پیوست پ رجوع کنید). معمولاً مقیاس‌های قابلیت اطمینان، آمادگی، قابلیت نگهداری یا ایمنی می‌توانند از احتمالات حالت‌ها مشتق شوند.تفاوت اصلی بین مقیاس‌های قابلیت اطمینان، آمادگی، قابلیت نگهداری و ایمنی، تمرکز بر تحلیل و تفسیر نتایج است. برای توضیح دادن می‌توان یک عنصر قابل توان‌یابی را بررسی کرد، که عملکرد آن معمولاً با نرخ وقوع خرابی λ و نرخ توان‌یابی μ تعریف می‌شود. معمولاً پس از ظاهر شدن یک وقوع خرابی در قلم، حداقل دو چیز باید اتفاق بیافتد تا قلم مجدداً شروع به کار کند:

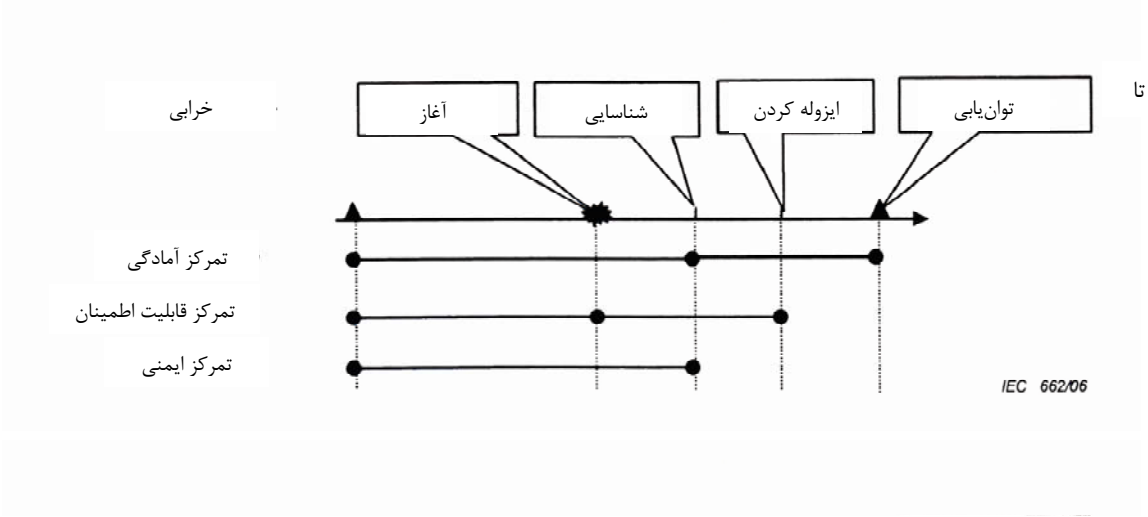
- خرابی شناسایی و ایزوله شود(هم چنین برخی موارد منفی شده نامیده می‌شود. این به معنی حالتی است که یک وقوع خرابی که دیگر عواقب آتی ندارد، قلم به آن وارد می‌شود)
- قلم باید بازگردانده شود و به خدمت برگردد

زمان توان‌یابی در این متن زمان لجستیکی برای توان‌یابی پس از کشف خرابی، زمان واقعی توان‌یابی (پیدا کردن خرابی، توان‌یابی، تعویض،وارسی) و زمان تا اینکه عناصر یا سیستم خودشان را در بهره‌برداری قرار دهند، شامل می‌شود.

در مدل پایه مشترک، نیاز است که چهار بازه زمانی مورد توجه فقط به دو پارامتر تخصیص داده شوند (یک نرخ وقوع خرابی λ و یک نرخ توان‌یابیμ).

در متن قابلیت اطمینان، قابلیت نگهداری یا آمادگی، زمان تا شناسایی توسط محاسبه‌ی نرخ وقوع خرابی و زمان از شناسایی تا توان‌یابی توسط محاسبه‌ی نرخ توان‌یابی به حساب می‌آید. کاربردهایی که از لحاظ ایمنی، بحرانی‌اند ممکن است به خود آزمونی‌ها یا مقیاس‌های مشابه اعتماد نکنند (که در متون آمادگی رایج است)، ولی شناسایی و ایزوله کردن باید به صورت مستقل برای قلم اجرا شود (برای الزامات خاص و مثال‌ها به IEC 61508 مراجعه کنید). تفاوت مهمی که بین قابلیت اطمینان، قابلیت نگهداری و در آخر آمادگی وجود دارد تمرکز بر مقیاس‌های هدف متفاوت ،MTTF، MDT یا A(t) است.

در متون ایمنی در صورتی که طی این دوره مقیاس‌های کنترلی دیگری نباشند عموماً زمان توان‌یابی واقعی به مسامحه گرفته می‌شود. در این مورد محاسبه‌ی نرخ توان‌یابی از تحلیل قابلیت اطمینان به دلیل زمان کامل تا ایزوله کردن است. به هر حال ممکن است در برخی کاربردها تفسیرها متفاوت باشد. شکل ۳ فقط یک تفسیر را نشان می‌دهد.



شکل۳- تفسیر زمان‌های وقوع خرابی و توان‌یابی در متون مختلف

به هر حال، مشاهدی اصلی هنگامی است که مدل و ریاضیات به کار رفته ممکن است مشابه باشند، این تفسیر پارامترها و نتایج است که تفاوت اصلی را ایجاد می‌کند.

۹-۲ سنجش مقیاس‌های قابلیت اطمینان

برای تحلیل قابلیت اطمینان، تمامی حالت‌های ناآماد در سطح سیستم در دیاگرام گذار حالت، جذب کننده در نظر گرفته می‌شوند. احتمال اینکه سیستم در زمان t در یک حالت معلوم قرار دارد، با استفاده از فنون ریاضی ویژه‌ای محاسبه می‌شود. (به پیوست الف تا پ رجوع کنید). هنگامی که t به سمت بی‌نهایت میل می‌کند احتمال مربوط به هر حالت وظیفه‌ای به صفر و مجموع احتمالات حالت‌های جذب کننده به یک نزدیک می‌شود.

یکی از مقیاس‌های رایج در قابلیت اطمینان MTTFF است. هنگام سنجش دیاگرام حالت گذار،MTTFF برای کل سیستم برابر است با میانگین مجموع زمان‌های صرف شده توسط سیستم در حالت‌های آماد قبل از اینکه یک گذار به یک حالت جاذب برسد. این میانگین زمان به حالت سیستم در زمان t=0 وابسته است.

$MTFF_{Si}$ برای مشخص کردن این وابستگی استفاده می‌شود (به پیوست الف رجوع کنید).

۹-۳ سنجش مقیاس‌های آمادگی و قابلیت نگهداری

برای تحلیل آمادگی،باید تصدیق شود که در دیاگرام گذار حالت می‌توان به هر حالت از هر حالت دیگری رسید. احتمال اینکه سیستم در زمان t در یک حالت معلوم قرار دارد توسط فنون داده شده در پیوست‌های الف تا پ تعیین شده است. آمادگی(A(t برابر است با مجموع احتمالات حالت مربوط به حالت‌های آماد. هنگامی که t به سمت بی‌نهایت میل می‌کند، احتمال مربوط به هر حالت به یک عدد ثابت نزدیک می‌شود. هم چنین آمادگی سیستم به مقدار ثابت A نزدیک می‌شود.

سایر مقیاس‌های مفید زیر را می‌توان مورد سنجش قرار داد (به پیوست الف رجوع کنید):

- شدت وقوع خرابی در سطح سیستم
- میانگین زمان صرف شده در حالت معلوم i
- فراوانی ورود به حالت معلوم i
- فراوانی خروج از حالت معلوم i

هم چنین بدست آوردن MUT(میانگین زمان آماد) و MDT(میانگین زمان ناآماد) از احتمالات حالت، امکان پذیر است. MUT میانگین زمان صرف شده در حالت‌های آماد و MDT میانگین زمان صرف شده در حالت‌های ناآماد می‌باشد.

۹-۴ سنجش مقیاس‌های ایمنی

سنجش مقیاس‌های ایمنی و سنجش مقیاس‌های قابلیت اطمینان و آمادگی اساساً شبیه به هم هستند. اصطلاح شناسی به هر حال متفاوت است. در کاربردهای ایمنی، حالت‌های ناآماد به حالت‌های ناآماد ایمنی (هنگامی که سیستم در حالت آماد نیست و بالقوه خطرناک نمی‌باشد)وحالت‌های ناآماد خطرناک (هنگامی که سیستم به صورت بالقوه خطرناک است) تقسیم می‌شود.

برای مثال مقصود ارزیابی موارد زیر است:

- میانگین زمان تا رخ دادن اولین وقوع خرابی خطرناک(MTTFH)
- نرخ وقوع خرابی خطرناک(DFR)
- احتمال وقوع خرابی هنگام تقاضا(PFD)

محاسبه‌ی MTTFH و DFR به ترتیب با محاسبه‌ی MTTF و نرخ وقوع خرابی مشابه است. این مقیاس‌ها متناظر با مقیاس قابلیت اطمینان ولی از لحاظ حالت‌های ناآماد خطرناک سنجش می‌شوند. PFD در زمان t احتمال این است که سیستم در زمان t در حالت‌های ناآماد خطرناک قرار دارد و شبیه به ناآمادگی در زمان t سنجش می‌شود. در برخی موارد میانگین PFD تا زمان t مورد نیاز است که می‌توان آن را توسط انتگرال زیر بدست آورد:

$$PFD_{avg} = \frac{1}{t}\int_0^t PSD(S)ds$$

۱۰ مستند سازی نتایج

گزارش دهی نتایج تحلیل بایستی عناصر زیر را در خود بگنجاند:

الف) مشخصات مقیاس‌های مطلوب (برای مثال، قابلیت اطمینان، آمادگی، قابلیت نگهداری و ایمنی):

ب) مفروضات اصلی استفاده شده شامل توجیهات (برای مثال، نرخ ثابت وقوع خرابی و توان‌یابی)

پ) توجیه اینکه چرا فنون مارکوف مناسب هستند

ت) توصیف دیاگرام گذار حالت شامل امتحان دقیق از جنبه‌های زیر:

- شناسایی حالت‌های آماد و ناآماد
- دلایل اینکه چرا برخی از حالت‌ها یکجا جمع شده‌اند و الباقی حذف می‌شوند(هر جا که قابل کاربرد باشد)
- گذارها بین حالات
- انتخاب مقادیر عددی برای نرخ‌های گذار
- مفروضات زیر بنایی مرتبط با ساخت دیاگرام

ث) توصیف.....

- روش‌های محاسبات

- برنامه‌های کامپیوتری، در صورت استفاده

ج) نتایج عددی

- نتایج به فرم عددی و گرافیکی
- تأثیر مفروضات استفاده شده در ساخت دیاگرام گذار حالت یا محاسبات
- تحلیل حساسیت

همچنین به IEC 60300-3-1 رجوع کنید.

پیوست الف

(اطلاعاتی)

ارتباطات ریاضیاتی پایه برای فنون مارکوف

الف-۱ کلیات

در این پیوست راجع به مدل‌های براساس فرآیندهای مارکوف همگنی زمانی با تعداد حالت‌های متناهی و زمان پیوسته بحث می‌شود. به علت خاصیت بدون حافظگی که این چنین فرآیندهایی را مشخص می‌کند، زمان صرف شده در هر حالت معلوم به صورت نمایی توزیع شده است. برای مدل‌های قابلیت اطمینان، این امر اشاره دارد که نرخ‌های وقوع خرابی و توان‌یابی(λ و μ) برای تمامی عناصر در یک سیستم ثابت (مستقل از زمان) هستند. نرخ‌های وقوع خرابی و توان‌یابی فقط می‌توانند در تغییر حالت، تغییر کنند.

الف-۲ ماتریس نرخ‌های گذار

الف-۲-۱ دیاگرام گذار حالت

یک فرآیند مارکوف همگنی زمانی، کاملاً با یک ماتریس نرخ‌های گذار $Q=[q_{ij}]$ و بردار احتمال آغازین در زمان t=0 مشخص می‌شود. عینیت کاربردی ماتریس نرخ‌های گذار، دیاگرام گذار حالت است. برای استقرار این دیاگرام یک بلوک دیاگرام قابلیت اطمینان (در صورت وجود) و FMEA برای سیستم بسیار می تواند مفید باشد. در هر موردی برای کاهش تعداد حالت‌ها توصیه می‌شود که هر گروه از عناصر n سری (n=۲،۳،...) را در یک عنصر با نرخ وقوع خرابی $\lambda_1+...+\lambda_2$ و نرخ توان‌یابی $(\lambda_1+...\lambda_n)/(\lambda_1/\mu_1+...+\lambda_n/\mu_n)$ که در آن $\lambda_i << \mu_i$ و i=1،.....، n ، تجمیع کنید.

با کشیدن و تصدیق دیاگرام حالت گذار (مراتب انواع وقوع خرابی حفظ شده، اولویت توان‌یابی مفروض و ویژگی‌های خاص سیستم، تحت بررسی می‌باشد).

فضای حالت $\{0,1,...,m\}$ به مجموعه‌ی تکمیل کننده‌ی UP برای حالت‌های آماد و D برای حالت‌های ناآماد تقسیم می‌شود که در آن m مجموع تعداد حالت‌هاست. مجموعه‌ی حالت‌های ناآماد می‌تواند با توجه به جنبه‌های سیستم که سنجش شده‌اند تغییر کند(قابلیت اطمینان یا ایمنی).

الف-۲-۲ ارتباطات پایه مفید برای فنون مارکوف

الف-۲-۲-۱ برای سنجش قابلیت اطمینان، میانگین زمان تا وقوع خرابی سیستم $MTTF_{Si}$ هنگامی که سیستم در زمان T=0 در حالت i قرار دارد؛ حل معادله‌ی زیر بدست می‌آید:

$$MTTF_{Si}=\frac{1}{q_i}+\sum_{\substack{j\in UP\\ j\neq i}}\frac{q_{ij}}{q_i}MTTF_{Si,} \qquad i\in UP, q_i=\sum_{\substack{j=0\\ j\neq i}}^{m}q_{ij}$$

یادآوری۱-سیستم معادله جبری فوق، می‌تواند برای محاسبه‌ی زمان تا یک وقوع خرابی خطرناک(برای تحقیقات ایمنی) با به کفایت تعریف کردن مجموعه UP از حالت‌های آماد، نیز استفاده شود.

یادآوری۲- عبارت دقیق برای محاسبه‌ی تابع قابلیت اطمینان $R_{Sj}(t)$ هنگامی که سیستم در زمان t=0 با حالت i شروع به کار کند، با حل معادله زیر (برای مثال با استفاده از تبدیل لاپلاس)، بدست می‌آید:

$$R_{Si}(t) = e^{-qi^t} + \sum_{\substack{j\in UP \\ j\neq i}} \int_0^t q_{ij} e^{-qi^X} R_{Sj}(t-x)dX, \qquad i \in UP, q_i = \sum_{\substack{j=0 \\ j\neq i}}^{m} q_{ij}$$

الف-۲-۲-۲ آمادگی مجانبی و حالت پایدار A_S از معادله‌ی زیر بدست می‌آید:

$$A_S = \sum_{j\in UP} P_j$$

که Pj از حل معدله‌ی زیر بدست می‌آید:

$$P_j = \sum_{\substack{i=0 \\ i\neq j}}^{m} p_i \frac{q_{ij}}{qj}, \qquad j = 0,...,m, p_j > 0, \sum_{j=0}^{m} p_j = 1, q_j = \sum_{\substack{j=0 \\ j\neq 1}}^{m} q_{ij}$$

از آنجائیکه معادلات مستقل از هم نیستند. یک معادله برای P_j (به د لخواه انتخاب شده) باید گذاشته شود و با فرمول زیر جایگزین شود

$$\sum_{j=0}^{m} p_j = 1$$

الف-۲-۲-۳ از آنجائیکه نرخ وقوع خربی ثابت فرض می‌شود، یک تقریب خوب برای قابلیت اطمینان بازه IRS در حالت پایدار به صورت زیر است:

$$IR_s(t,t+\theta) = \sum_{j\in UP} P_j R_{Sj}(\theta) \approx A_S e^{-\theta/MTTF_{So}}$$

که در آن 0 نشان می‌دهد که تمامی عناصر در حال کار کردن هستند (یا آماده بهره‌برداری‌اند)

الف-۲-۲-۴ شدت وقوع خرابی(فراوانی خرابی) مجانبی و حالت پایدار در سطح سیستم z_S به شرح زیر است:

$$z_S = \sum_{\substack{j\in UP \\ i\in D}} P_j q_{ji} = \sum_{j\in UP} P_j \left(\sum_{i\in D} q_{ji} \right)$$

یادآوری۱- در معادله‌ی بالا، تمامی نرخ‌های گذار q_{ji} ، که حالت $j \in UP$ را به سمت $i \in D$ ترک می‌کند، باید بررسی شوند.

یادآوری۲- برای Δt کوچک، $z_S \Delta t$ احتمال گذاری را از یک حالت در مجموعه‌ی حالت‌های آماد به یک حالت از مجموعه‌ی حالت‌های نا آماد و بر عکس را در بازه $(t, t+\Delta t)$ برای هر زمان t دلخواه (حالت پایدار)، می‌دهد.

الف-۲-۲-۵ MUT_S (میانگین زمان آماد در سطح سیستم) و MDTs (میانگین زمان ناآماد در سطح سیستم) در حالت پایدار با فرمول زیر بدست می‌آید:

$$MUT_S = \frac{A_s}{Z_s}, MDT_s = \frac{1-A_s}{Z_s}$$

یادآوری- $MUT_s + MDT_s = 1/Z_s$ ، که در آن Z_s برابر شدت وقوع خرابی (فراوانی وقوع خرابی) حالت پایدار و مجانبی در سطح سیستم داده شده در الف-۲-۲-۴ است.

الف۲-۲-۶ برای حالت معلوم i در حالت خاص برقرار است که:

$\frac{1}{q_i}$ = میانگین زمان غیر شرطی صرف شده در حالتi

$P_i(t)q_i$ = فراوانی گذار خارج از حالتi

$\sum_{\substack{j=o \\ j\neq i}}^{m} p_i(t)q_{ji}\Delta t$ = احتمال غیر شرطی ورود به حالتi در بازه $(t,t+\Delta t)$ برای Δt کوچک

برای ساختارهای بزرگ سری/ موازی ، عبارات تقریب در ادبیات موضوع شناخته شده‌اند. برای سیستم‌های بسیار بزرگ یا پیچیده شبیه‌سازی مونت کارلو ممکن است ضروری شود.

پیوست ب

(اطلاعات)

مثال: تکوین دیاگرام‌های گذر حالت

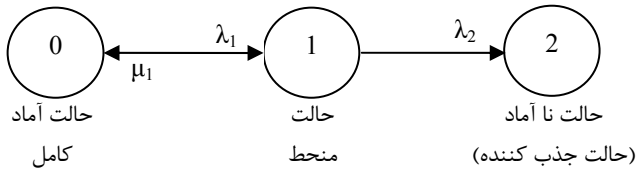
ب-۱ سیستم تک عنصری

اولین گام در کاربرد فنون مارکوف، تعریف حالت‌های سیستم است. به عنوان یک مثال، سیستمی تک عنصری را بررسی می‌کنیم. برای ساده‌ترین مورد دیاگرام گذر حالت متناظر فقط ۲ حالت را داراست: یک حالت آماد ۰ با نرخ گذار λ و حالت نا آماد ۱، با نرخ توان‌یابی μ، آن طور که در شکل ب-۱ نشان داده شده است:

شکل ب-۱- دیاگرام گذار حالت برای یک سیستم تک عنصری قابل بازگرداندن

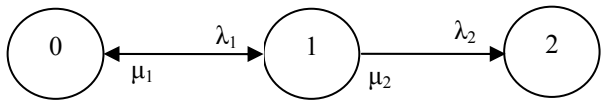
فلش از حالت ۰ به حالت ۱ رخداد وقوع خرابی با احتمال $\Delta\lambda t$ را در بازه کوچک $(t,t+\Delta t)$ با فرض اینکه عنصر در زمان t در حالت۰ قرار دارد، نشان می‌دهد. به صورت مشابه فلش از حالت ۱ به حالت ۰ کامل شدن توان‌یابی سیستم را با احتمال $\mu\Delta t$ نشان می‌دهد.

یک سیستم تک عنصری هم چنین می‌تواند با بیش از دو حالت ۰ (وظیفه‌ای) و ۱ (خراب) مدل شود. یک حالت منحط که هنوز یک حالت آماد می‌باشد. نیز می‌تواند شامل شود. این چنین حالتی مانند حالت ۱ در شکل ب-۲ می‌باشد: حالت وقوع خرابی سیستم حالت ۲ می‌باشد.



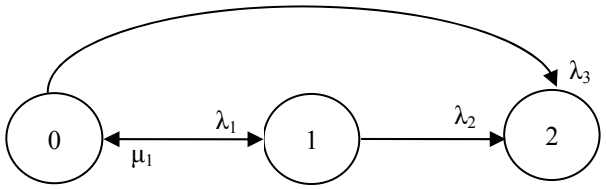
شکل ب-۲-دیاگرام گذار حالت با سه حالت برای یک سیستم تک عنصری

اگر توان‌یابی بتواند از حالت ۲ انجام شود، سیستم می‌تواند توسط دیاگرام شکل ب-۳ مدل شود که در آن نرخ وقوع توان‌یابی μ_2 ، گذار از حالت ۲ به حالت ۱ را نشان می‌دهد.



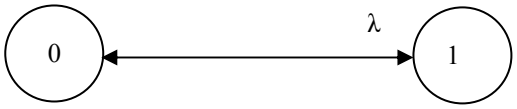
شکل ب-۳-دیاگرام حالت گذار که توان‌یابی‌ها ممکن است از حالت ۱ در یک سیستم تک عنصری انجام شود

در بسیاری از موارد یک مسیر وقوع خرابی فاجعه آمیز مستقیم از حالت ۰ به حالت ۲ باید بررسی شود و یک فلش λ_3 به شکل ب-۲ اضافه شود تا شکل ب-۴ حاصل گردد.



شکل ب-۴-دیاگرام گذار حالت هنگامی که گذار مستقیم برای یک سیستم تک عنصری بررسی شده است

مدل شرح داده شده در شکل ب-۱ می‌تواند برای بدست آوردن آمادگی لحظه‌ای$A(t)$ و آمادگی حالت پایدارA استفاده شود. در صورتیکه محاسبه قابلیت اطمینان $R(t)$ خواسته شده باشد دیاگرام گذار حالتی که در شکل ب-۵ نشان داده شده است قابل کاربرد می‌باشد. در این مورد فقط نرخ وقوع خرابی λ بررسی می‌شود و حالت۱، یک حالت جذب کننده می‌شود.

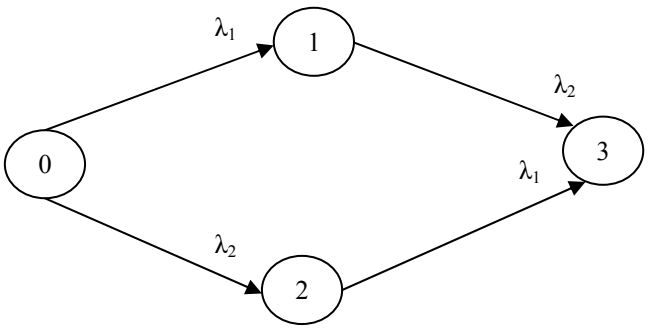


شکل ب-۵-دیاگرام گذار حالت برای سنجش قابلیت اطمینان یک سیستم تک عنصری

ب-۲ سیستم ۲ عنصری

اساساً از آنجائیکه یک عنصر می‌تواند با دو حالت ۰ (آماد) و ۱ (نا آماد) نشان داده شود حالت‌های ممکن سیستم برای سیستمی با ۲ عنصر مستقل(۰ ۰)و(۱ ۰)و(۰ ۱)و(۱ ۱) می‌باشند اگر سیستم ۲ عنصری، یک سیستم سری باشد(۰ ۰) تنها حالت آماد و (۱ ۰)،(۰ ۱)،(۱ ۱) حالت‌های نا آماد می‌باشن. اگر سیستم دارای ردوندانسی فعال یا آماده به کار باشد(۰ ۰) و(۱ ۰) و(۰ ۱) همگی حالت‌های آماد هستند. در آنچه که ذیلاً می‌آید بررسی فقط به سیستم ردوندانست فعال ۱ از ۲ خواهد بود.

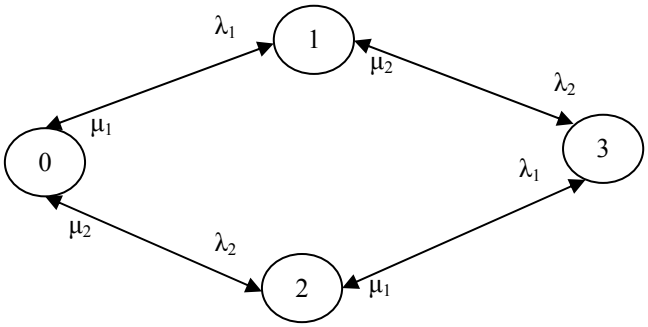
دیاگرام گذار حالت برای یک سیستم ردوندانست فعال ۱ از ۲ بدون هیچ عنصر قابل بازگرداندن در شکل ب-۸ داده شده است.



یادآوری- نمادهای حالت هم چنین ممکن است(۰ ۰)،(۱ ۰)،(۰ ۱)،(۱ ۱) به ترتیب متناظر با حالت‌های ۰و۱و۲و۳ نشان داده شود.

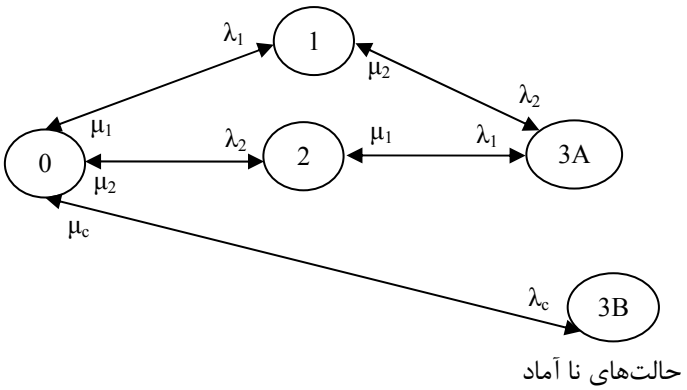
شکل ب-۶- دیاگرام گذار حالت برای سیستم ردوندانست فعال ۱ از ۲ با عناصر غیر قابل بازگرداندن

اگر سیستم قابل بازگرداندن باشد، فلش‌های اضافه شده نشان دهنده‌ی توان‌یابی با نرخ‌های(μ_1(i= ۱/۲)،در شکل ب-۷ تشریح شده است. توجه شود که این جا (از حالت ۳) محدودیت منابعی برای توان‌یابی فرض نشده است.



شکل ب-۷ دیاگرام حالت گذار برای سیستم ردوندانست فعال ۱ از ۲ با عناصر قابل بازگرداندن، دو تیم توان‌یابی و هیچ محدودیتی توان‌یابی وجو ندارد

اگر یک علت وقوع خرابی مشترک به طور همزمان هر دو عناصر را در یک سیستم ردوندانست قابل توان‌یابی ۱ از ۲ غیر فعال کند، انتظار می‌رود زمان مورد نیاز برای بازگرداندن پس از یک غلت وقوع خرابی مشترک (بازگشت از حالت۳، به حالت۰) با زمان مورد نیاز برای بازگرداندن سیستم پس از وقوع خرابی جداگانه‌ی عناصر، تفاوت داشته باشد. این امر باید همان طور که در شکل ب-۸ نشان داده شده است به حساب آید.
در این شکل λ_c و μ_c به ترتیب به نرخ‌های وقوع خرابی با علت مشترک و نرخ توان‌یابی اشاره می‌کند.



شکل ب-۸- دیاگرام گذار حالت برای سیستم ردوندانست فعال۱ از ۲ با عناصر قابل توان‌یابی، دو تیم توان‌یابی و علت مشترک برای وقوع خرابی سیستم

به عنوان یک مثال سیستمی را فرض کنید با ۲ ژنراتور حاضر و آماده در کنار که در دمای محیطی پائین شروع به کار نمی‌کند. وقتی سیستم به حالتی می‌رسد که" هر دو ژنراتور را برای شروع شکست مواجه می‌شوند"، زمان توان‌یابی بستگی، به این دارد که آیا هر ژنراتور با وقوع خرابی مکانیکی مستقل ناتوان شده‌اند یا هر دو ژنراتور توسط یک علت مشترک، مثل دمای پائین محیط از کار افتاده‌اند. بنابراین، حالتی که" هر دو ژنراتور به علت خرابی‌های مستقل در شروع به کار موفق نشده‌اند" و حالتی که "هر دو ژنراتور توسط یک علت مشترک موفق به شروع به کار نشده‌اند" باید به صورت جداگانه مورد بررسی قرار گیرند. به

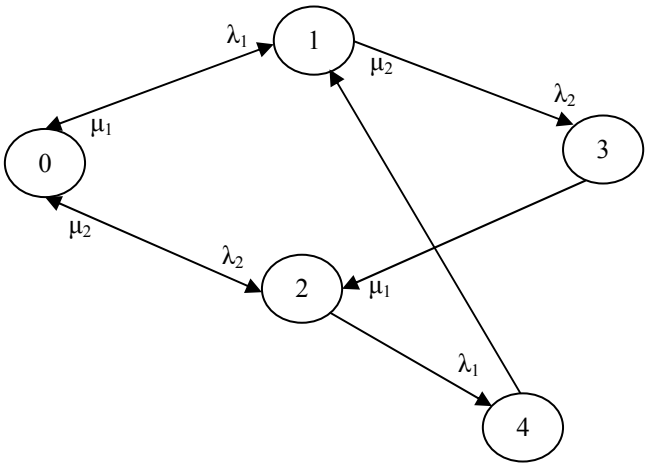
هر حال ممکن است برای کاربر فقط این مهم باشد که "هر دو ژنراتور خراب شده‌اند" نه اینکه چطور خراب شده‌اند. بنابراین این دو حالت، حالت مرکبی را شکل می‌دهند که می‌توان از آن مقیاس‌های قابلیت اطمینان،آمادگی، قابلیت نگهداری و ایمنی را بدست آورد.

دیاگرام حالت گذار می‌تواند استراتژی‌های نگهداری را به حساب آورد ولی باید به خاصیت بدون حافظه بدون توجه خاصی مبذول شود. فرض کنید تنها یک تیم توان‌یابی موجود است و استراتژی نگهداری به این صورت است که اولویت توان‌یابی با کامپوننتی است که اول خراب شده است. ترتیب وقوع خرابی‌ها باید به حساب آید. این امر توسط دیاگرام گذار حالت در شکل ب-۹ نمایش داده شده است.

در شکل ب-۹ حالت‌های۳ و۴ معانی زیر را دارند:

- حالت۳: دو کامپوننت خراب شده‌اند، کامپوننت شماره‌ی ۱ اول خراب شده است.
- حالت۴: دو کامپوننت خراب شده‌اند، کامپوننت شماره‌ی ۲ اول خراب شده است.

توجه شود که در دیاگرام گذار حالتی که در شکل ب-۹ ترسیم شده است میانگین زمان تعمیر یک کامپوننت برای مثال کامپوننت ۱ در واقع بیشتر از MTTR منظور($\frac{1}{\mu_1}$) زمان می‌برد. اگر در حالت۱ وقوع خرابی دوم رخ دهد، پس از گذار به حالت ۳، هنگامی که تعمیر کامپوننت ۱ مجدداً شروع می‌شود به علت خاصیت بی حافظگی، زمان تعمیر تا وقوع خرابی دوم به حساب نمی‌آید. به منظور جبران بیش از حد نمایش دادن زمان تعمیر. افزایش نرخ‌های باقی مانده امکان پذیر می‌باشد. در حالت خاص در شکل ب-۹ نرخ های تعمیر در حالت‌های ۳ و ۴ را می‌توان به منظور جبران دو برابر کرد. در سطوح دیگر ردوندانسی و تعمیر غیر لحظه‌ای اعمال جبران متفاوت و سخت‌تر خواهد بود .

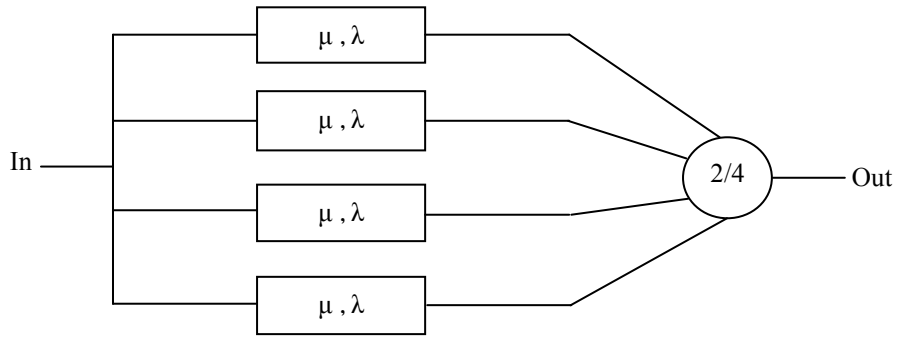


شکل ب-۹ دیاگرام گذا حالت برای سیتم ردوندانسی فعال ۱ از ۲ با فقط یک سیستم توان‌یابی و اولویت توان‌یابی به صورت اولین ورود/ اولین خروج (FIFO)

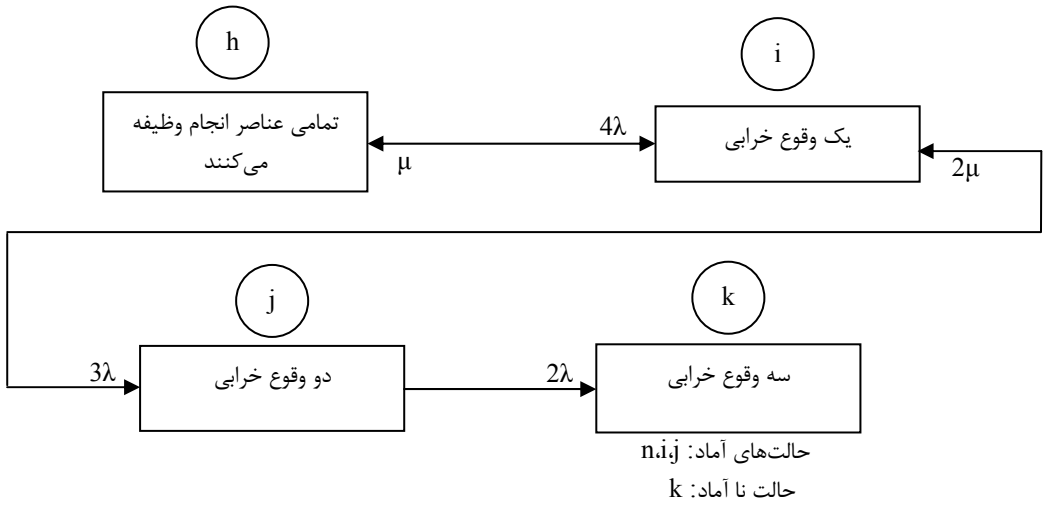
ب-۳ انباشت دیاگرام گذار حالت

برای سهولت در محاسبات بایستی تلاش‌هایی صورت گیرد تا ساخت دیاگرام‌های گذار با استفاده از تعداد حالت‌های به اندازه‌ی ممکن اندک، انجام شود. اگر عناصر در یک پیکره‌بندی ردوندانت موازی می‌باشند با

فرض مستقل بودن و داشتن نرخ وقوع خرابی یکسان λ و نرخ توان‌یابی یکسان μ آن طور که در شکل ب-۱۰ برای یک سیستم ردوندانسی فعال ۲ از ۴ نشان داده شده است، پس می‌توان دیاگرام گذار حالت را در یک فرم انباشت شده آن طور که در شکل ب-۱۱ نمایش داده شده است، بیان کرد. در شکل ب-۱۱ فرض شده است که منابع تعمیر نا محدود موجوداند. توجه شود که به محض اینکه سه عنصر خراب شوند، سیستم خراب شده و وقوع خرابی بعدی بررسی نمی‌شود.



شکل ب-۱۰- بلوک دیاگرام قابلیت اطمینان برای یک سیستم ردوندانسی ۲ از ۴



شکل ب-۱۱- محاسبه‌ی دیاگرام گذار حالت انباشت شده برای سیستم شکل ب-۱۰

از دیاگرام بالا، یک مجموعه از معادلات جبری را می‌توان بدست آورد و حل کرد (به پیوست الف رجوع کنید) تا عبارات زیر برای میانگین زمان وقوع خرابی سیستم هنگامی که در حالت 0 (هر ۴ عنصر در حالت آماد هستند) در زمان t=0 ($MTTF_{SO}$) بدست آورد.

$$MTTF_{SO} = \frac{1}{4\lambda}\left[\frac{\mu}{3\mu}.\frac{2\mu}{2\lambda}+\frac{\mu}{3\lambda}+1\right]$$
$$+\frac{1}{3\lambda\left(\frac{2\mu}{2\lambda}+1\right)}$$
$$+\frac{1}{2\lambda}$$

پیوست پ

(اطلاعاتی)

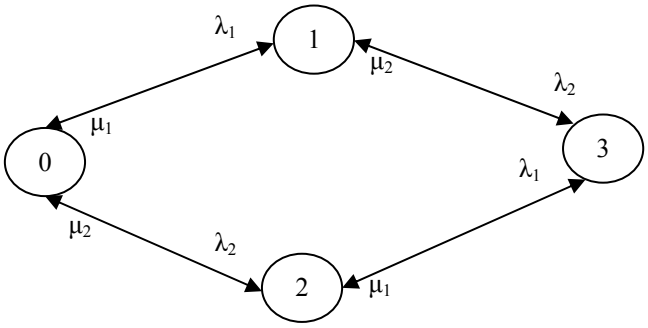
مثال: سنجش عددی برخی از مقیاس‌های قابلیت اطمینان، قابلیت نگهداری و ایمنی برای یک سیستم ردوندانسی فعال ۱ از ۲.

پ-۱ هدف

در این پیوست یک سیستم ردوندانسی فعال قابل توان‌یابی ۱ از ۲ بدون قید و بندهای توان‌یابی بررسی می‌شود. مقیاس‌هایی که به آن‌ها پرداخته می‌شوند عبارتند از: آمادگی لحظه‌ای، آمادگی مجانبی، قابلیت اطمینان و MTTFF .روش‌های ریاضی مرسوم و رایج در چنین سنجش‌هایی به کار رفته‌اند.

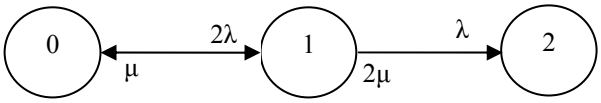
پ-۲ مدل سازی

برای ارزیابی آمادگی دیاگرام گذار حالت برای سیستم ردوندانسی فعال ۱ از ۲ در شکل پ-۱ داده شده است. حالت ۳، حالت نا آماد است .



شکل پ-۱ دیاگرام گذار حالت برای سیستم ردوندانسی فعال ۱ از ۲ با عناصر متفاوت و دو تیم توان‌یابی

توجه شود که دیاگرام گذار حالت برای ارزیابی قابلیت اطمینان$R(t)$ با از بین بردن گذارهای توان‌یابی از حالت ۳ با حالت‌های ۱ و ۲ بدست می‌آید. بنابراین حالت ۳ تبدیل به یک حالت جذب کننده می‌شود.
با فرض اینکه دو عنصر در سیستم همانند هستند یا دارای نرخ وقوع خرابی و توان‌یابی یکسانی می‌باشند، دیاگرام کاهش یافته به شکل پ-۲ تبدیل می‌شود.



شکل پ-۲ دیاگرام گذار حالت برای سیستم ردوندانسی فعال ۱ و ۲ با عناصر همانند، در تیم توان‌یابی

ومنابع نا محدود توان‌یابی هم چنین توجه شود که دیاگرام گذار حالت برای ارزیابی قابلیت اطمینان،$R(t)$، با از بین بردن گذارهای توان‌یابی از حالت۲ به حالت ۱ بدست می‌آید. حالت۲ تبدیل به حالت جذب کننده می‌شود.

پ-۳ روش معادلات دیفرانسیل

پ-۳- ۱ روش برای سنجش آمادگی

فرض کنید $P_0(t)$ و $P_1(t)$ و $P_2(t)$ به ترتیب احتمال بودن سیستم در حالت‌های ۰ و ۱ و ۲ در زمانt باشند (شکل پ-۲) . معادلات دیفرانسیل زیر را دیاگرام گذار حالت شکل پ-۲ بدست می‌آید:

$$\frac{dP_0(t)}{dt} = -2\lambda P_0(t) + \mu P_1(t)$$
$$\frac{dP_1(t)}{dt} = 2\lambda P_0(t) - (\lambda + \mu) P_1(t) + 2\mu P_2(t)$$
$$\frac{dP_2(t)}{dt} = \lambda P_1(t) - 2\mu P_2(t)$$

بنابراین ماتریس نرخ‌های گذار که همچنین می‌توان آن را مستقیماً از دیاگرام گذار حالت برقرار کرد، صورت زیر بدست می‌آید:

$$Q(\lambda,\mu) = \begin{bmatrix} -2\lambda & 2\lambda & 0 \\ \mu & -(\lambda+\mu) & \lambda \\ 0 & 2\mu & -2\mu \end{bmatrix}$$

و می‌توانیم معادله دیفرانسیل را رسماً به صورت $\frac{d}{dt}P(t) = Q(\lambda,\mu)^T \times P(t)$ بیان کردکه در آن $P(t) = [P_0(t)P_1(t)P_2(t)]$.

حال ضروری است که مقادیر ویژه $\varepsilon(\lambda,\mu)$ و $E(\lambda,\mu)$ بردارهای ویژه از ماتریس Q^T را پیدا کرده در مورد مقادیر ویژه متمایز (که در تکنیک‌های مارکوف زمان پیوسته برای اکثر مدل‌های مورد توجه برای تقریباً مقادیر تمامی پارامترها برقرار است)، بردار احتمالات حالت را می‌توان مستقیماً به صورت زیر بیان کرد:

$$P(t) = E(\lambda,\mu) \times \begin{bmatrix} \exp(\varepsilon(\lambda,\mu)_0 t) & & \\ & \exp(\varepsilon(\lambda,\mu)_1 t) & \\ & & \exp(\varepsilon(\lambda,\mu)_2 t) \end{bmatrix} \times E(\lambda,\mu)^{-1} \times P(0)$$

با سنجش معادله‌ی ماتریسی بالا، احتمالات $P_0(t)$، $P_1(t)$، $P_2(t)$را می‌توان با فرض اینکه سیستم در لحظه‌ی t=0 در حالت 0 می‌باشد، به صورت زیر بدست آورد یعنی:

$$P(0) = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

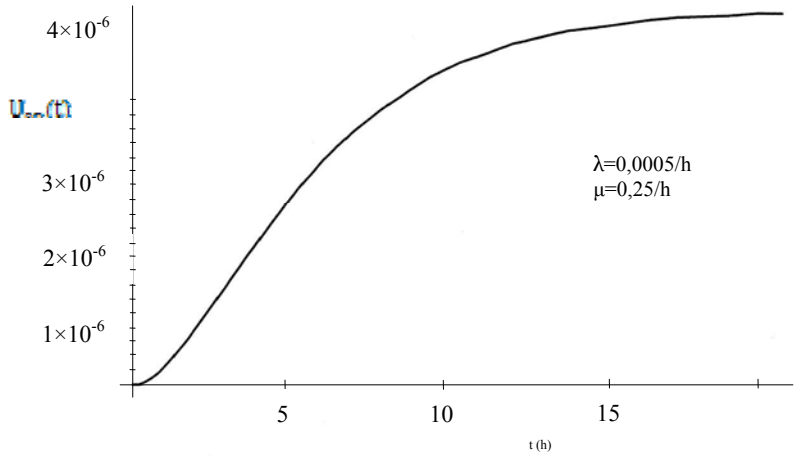
سپس آمادگی لحظه‌ای $A_{S0}(t)$ به صورت زیر محاسبه می‌شود:

$$A_{S0}(t) = P_0(t) + P_1(t)$$

اندیس S0 در $A_{S0}(t)$ روشن می‌کند که آمادگی در سطح سستم برای زمانی که سیستم در حالت 0 از زمان t=0 شروع می‌کند در نظر است. برای این مدل ساده یک عبارت صریح از λ و μ را می‌توان برای مثال با تبدیل لاپلاس محاسبه کرد و با فرمول زیر بدست می‌آید:

$$A_{S0}(t)=\frac{\mu^2+2\lambda\mu}{(\lambda+\mu)^2}+\left[\frac{\lambda}{\lambda+\mu}\right]^2 e^{-(\lambda+\mu)t}(2-e^{-(\lambda+\mu)t})$$

شکل پ-۳ یک مثال عددی را برای نا آمادگی $U_{S0}(t)=1-A_{S0}(t)$ نشان می‌دهد.



شکل پ-۳- مثال عددی برای نا آمادگی

در موارد عمومی معادلات دیفرانسیل را باید با استفاده از برنامه‌های کامپیوتری ریاضی به صورت عددی یا در یک فرم نمادین محاسبه کرد.

از $A_{S0}(t)$ ، آمادگی مجانبی و حالت پایدار $A_{S0}(\infty)=A_S$ به سرعت بدست می‌آید. به عنوان جایگزین با معادله‌ی $P_i(\infty)=P_i(i=0,1,2)$ برای مقدار مجانبی و حالت پایدار احتمالات حالت، A_S از معادله‌ی $A_S=P_0+P_1$ بدست می‌آید که p_i از حل معادلات زیر بدست می‌آید (به پیوست الف رجوع کنید):

$$0=-2\lambda P_0+\mu P_1$$
$$0=2\lambda P_0-(\lambda+\mu)P_1+2\mu P_2$$
$$0=\lambda P_1-2\mu P_2$$

در مجموعه معادلات جبری فوق هر کدام را می‌توان از دو معادله‌ی دیگر بدست آورد بنابراین در واقع فقط دو معادله‌ی مفید وجود دارد و سه مجهول. برای غلبه بر این شکل معادله‌ی بدیهی $P_0+P_1+P_2=1$ به

عنوان معادله‌ی سوم مورد استفاده قرار می‌گیرد. از این رو پس از مقداری محاسبات ریاضی A_S به صورت زیر نمایش داده می‌شود:

$$A_S = \frac{\mu^2 + 2\lambda\mu}{(\lambda+\mu)^2}$$

توجه شود که حال می‌توان MUT_S و MDT_S را به صورت زیر بدست آورد:

$$MUT_S = \frac{A_S}{Z_S} = \frac{2\lambda+\mu}{2\lambda^2}$$
$$MDT_S = \frac{1-A_S}{Z_S} = \frac{1}{2\mu}$$

که در آن $z_S = P_1\lambda = \frac{2\mu\lambda^2}{(\lambda+\mu)^2}$ شدت وقوع خرابی (فراوانی وقوع خرابی) محدود کننده و حالت پایدار در سطح سیستم است (به پیوست الف رجوع کنید) .

پ-۳-۲ روش برای سنجش قابلیت اطمینان

برای ارزیابی قابلیت اطمینان و MTTF یک سیستم ردوندانسی و فعال ۱ از ۲ (مستقل از تعداد تیم‌های توان‌یابی)، حالت ۲ (حالت نا آماد سیستم)، حالت جذب کننده می‌شود. معادلات دیفرانسیل زیر از دیاگرام گذار حالت در شکل ج-۲ با حذف نرخ‌های گذار از حالت ۲ به حالت ۱ به صورت زیر بدست می‌آید:

$$\frac{dP_0(t)}{dt} = -2\lambda P_0(t) + \mu P_1(t)$$
$$\frac{dP_1(t)}{dt} = 2\lambda P_0(t) - (\lambda+\mu)P_1(t)$$
$$\frac{dP_2(t)}{dt} = \lambda P_1(t)$$

با حل این سیستم معادلات دیفرانسیل، احتمالات $P_0(t), P_1(t), P_2(t)$ با فرض اینکه سیستم در زمان t=0 در حالت 0 است. به صورت زیر بدست می‌آید:

$$P(0) = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

سپس قابلیت اطمینان سیستم به صورت زیر محاسبه می‌شود:

$$R_{S0}(t) = P_0(t) + P_1(t)$$

یک عبارت صریح از λ و μ را می‌توان محاسبه کرد، برای مثال با استفاده از تبدیل لاپلاس و به صورت زیر بدست می‌آید:

$$R_{S0}(t) = \frac{S_1 e^{S_2 t} - S_2 e^{S_1 t}}{S_1 - S_2}$$

$$S_1 S_2 = 2\lambda^2$$

$$S_1 + S_2 = -(\mu + 3\lambda)$$ که‌درآن :

$MTTF_{S0}$ را می‌توان یا از عبارت $R_{S0}(t)$ بدست آورد که در این مورد:

$$MTTF_{S0} = \int_0^\infty R_{S0}(t)dt = \frac{\mu + 3\lambda}{2\lambda^2}$$

یا از مجموع معادلات جبری داده شده در الف-۲-۲-۱ بدست آورد.

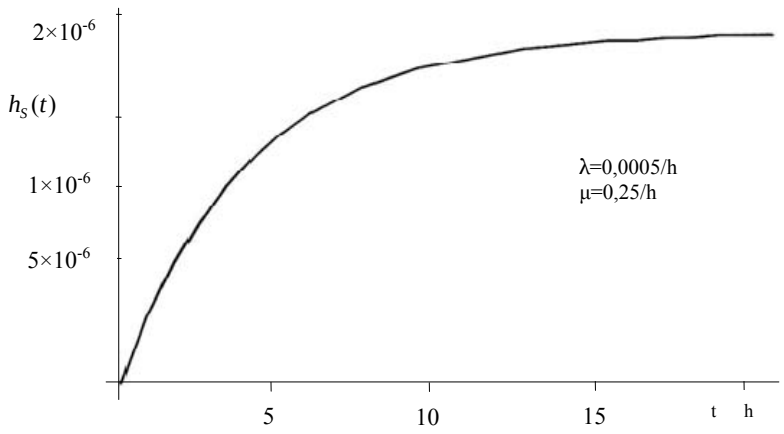
پ-۳-۳-۳ روش برای سنجش ایمنی

سنجش ایمنی فقط توسط تعبیر مدل تفاوت می‌کند: حالت۲ می‌تواند به عنوان حالت خطرناک تعریف شود و زمانی سیستم وارد این حالت می‌شود که هر دو عنصر خراب شده‌اند یا هر دو عنصر در یک زمان به علت یک نوع خرابی مشترک خراب شوند (در این مورد اخیر، دیاگرام نرخ‌های گذار آن طور که در شکل ب-۸ نشان داده شده است باید گسترش یابد). سپس زمان‌های توان‌یابی باید به عنوان زمان‌های بازرسی تعبیر شدند.

سنجش PFD مشابه سنجش نا آمادگی سیستم است. برای محاسبه‌ی MTTFH یا DFR حالت ۲ باید تبدیل به یک حالت جذب کننده شود و سنجش مشابه قابلیت اطمینان خواهد بود .

شکل ج-۴ یک سنجش عددی از DFR را نشان می‌دهد که از ارتباط با قابلیت اطمینان سیستم بدست آمده است:

$$h_S(t) = \frac{-\frac{d}{dt}R_S(t)}{R_S(t)}$$



شکل پ-۴ مثال عددی از نرخ وقوع خرابی خطرناک

کتابنامه

This bibliography contains standards for related techniques and annotated references for further reading.

IEC 60812 *Analysis techniques for system reliability – Procedure for failure mode and effects analysis (FMEA)*

IEC 61025 *Fault tree analysis (FTA)*

IEC 61078 *Analysis techniques for dependability – Reliability block diagram method and Boolean methods*

Ajmone Marsan, M. , Balbo, G.,Conte, G.: Performance models of multi-processor systems, MIT Press, Cambridge, 1986
(Application of Markov models and Petri nets to computer systems performance evaluation)

Billinton R., Allan, R.N.: *Reliability Evaluation of Engineering Systems. Concepts and Techniques*. Second Edition, New York, Plenum Press, 1992.
(Many examples of practical application of Markov models)

Birolini A.: *Reliability Engineering: Theory and Practice*. 4th Edition, Berlin/Heidelberg/New York. Springer-Verlag, 2004.
(Theoretical basis of Markov models, with many applications, approximations)

Brémaud P.: *Markov Chains: Gibbs Fields, Monte Carlo Simulation, and Queues*. Springer, New York, 1998.
(Theoretical basis of Markov models, with applications)

Bux, W., Herzog, U.: The Phase Concept: Approximation of Measured Data and Performance Analysis, in: Chandy, K. M., Reiser, M. (eds.): Computer Performance, North Holland, 1977, 23-38 (Explanation of the phase concept and algorithm for practical approximation)

Buzacott, J.A.: Markov approach to finding failure times of repairable systems. *IEEE Transactions on Reliability*, 1970, Vol.R-19, No.4, pp.128-134.
(Matrix algebra approach for MTTTF, MUT, MDT etc.)

Çinlar, E.: *Introduction to Stochastic Processes*. Englewood Cliffs, Prentice Hall, 1975.
(Theoretical basis of Markov models, with applications)

Dhillon, B.S., Singh C.: *Engineering Reliability, New Techniques and Applications*. New York, Wiley, 1981.
(Many examples of practical application of Markov models)

Endrenyi, J.: *Reliability Modelling in Electric Power Systems*. New York, Wiley, 1978.
(Many examples of practical application of Markov models; changing weather conditions etc.)

Gaede, K.W.: *Zuverlässigkeit, Mathematische Modelle*. München, Carl Hanser Verlag, 1977.
(Theoretical basis of Markov models, with applications)

Høyland, A.: Rausand M., *System Reliability Theory. Models and Statistical Methods*, New York, Wiley, 1994.
(Many examples of practical application of Markov models)

Keilson, J.: *Markov Chain Models: Rarity and Exponentiality*. Berlin, Springer Verlag, 1979.
(Theoretical basis of Markov models, with applications; uniformization method)

Kulkarni, V.: *Modeling and Analysis of Stochastic Systems*. London, Chapman & Hall, 1995.
(Theoretical basis of Markov models, with applications, uniformization method)

Kumar, S., Grassmann, W., Billinton, R.: A stable algorithm to calculate steady-state probability & frequency of a Markov system. *IEEE Transactions on Reliability*, 1987, Vol.R-36, No.1, pp.58-62.
(Very simple and efficient algorithms for the steady-state probabilities calculation)

Lisnianski, A., Levitin, G.: *Multi-state System Reliability. Assessment, Optimization and Applications*. New Jersey, World Scientific, 2003.
(Application of Markov models for multistate systems, with examples)

Moorsel, A.P.van, Sanders, W.H.: Transient solution of Markov models by combining adaptive and standard uniformization. *IEEE Transactions on Reliability*, 1997, Vol.46, No.3, pp.430-440.
(Recent paper on uniformization methods)

Murphy, K., Carter, C., Brown, S.: The Exponential Distribution: the Good, the Bad and the Ugly. A practical Guide to its Implementation, Proc. RAMS2002, pp. 550-555 (Discussion of the constant failure rate property and its pitfalls)

Pagés, A., Gondran, A.: *System Reliability. Evaluation and Prediction in Engineering*. 1986, Berlin, Springer Verlag.
(Theoretical basis of Markov models, with applications; approximations)

Pukite, J., Pukite, P.: *Modeling for Reliability Analysis: Markov Modeling for Reliability, Maintainability, Safety, and Supportability Analyzes of Complex Systems*. Wiley-IEEE Press, 1998.
(Many examples of practical application of Markov models)

Reinschke, K.: *Zuverlässigkeit von Systemen. Bd.1: Systeme mit endlich vielen Zuständen*. Berlin, VEB Verlag Technik, 1973.
(Theoretical basis of Markov models, with applications; matrix algebra methods)

Reinschke, K., Ušakov, I.A.: *Zuverlässigkeitsstrukturen. Modellbildung, Modellauswertung*. Berlin, VEB Verlag Technik, Berlin, 1987.
(Theoretical basis of Markov models, with applications)

Ross, S.M.: *Stochastic processes*. Second edition. New York, Wiley, 1996.
(Theoretical basis of Markov models, with applications)

Ross, S.M.: *Introduction to Probability Models*. Seventh Edition. Boston, Academic Press, 2000.
(Theoretical basis of Markov models, with applications)

Schweitzer, P.: A survey of aggregation-disaggregation in large Markov chains, in W.J. Stewart, editor: *Numerical Solution of Markov Processes*, chapter 4, pp.63-88. New York, Marcel Dekker, 1991.
(Aggregation methods, including lumping)

Singh, C., Billinton, R.: *System Reliability Modelling and Evaluation*. London, Hutchinson, 1977.
(Many examples of practical application of Markov models, basis of Markov techniques, lumping, duration and frequency methods)

Stewart, W.J.: *Introduction to the Numerical Solution of Markov Chains*. Princeton, Princeton University Press, 1994.
(Numerical method for Markov techniques)

Tijms, H.C.: *Stochastic Models. An Algorithmic Approach*. New York, Wiley, 1994.
(Theoretical basis of Markov models, with applications; algorithms; passage times; uniformization method)

Villemeur, A.: *Reliability, Availability, Maintainability and Safety Assessment. Volume 1. Methods and Techniques*. Chichester, Wiley, 1992.
(Theoretical basis of Markov models, with many applications; approximation methods)

Yoshimura, I., Sato, Y., Suyama, K.: Safety Integrity Level Model for Safety-related Systems in Dynamic Demand State. *Proceedings of the 2004 Asian International Workshop on Advanced Reliability Modeling (AIWARM 2004)*, pp.577-584, Hiroshima, Japan
(Application of Markov techniques to programmable electronic safety systems)